GÉNÉRALITÉS SUR L'OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

I. Milieu homogène, milieu isotrope

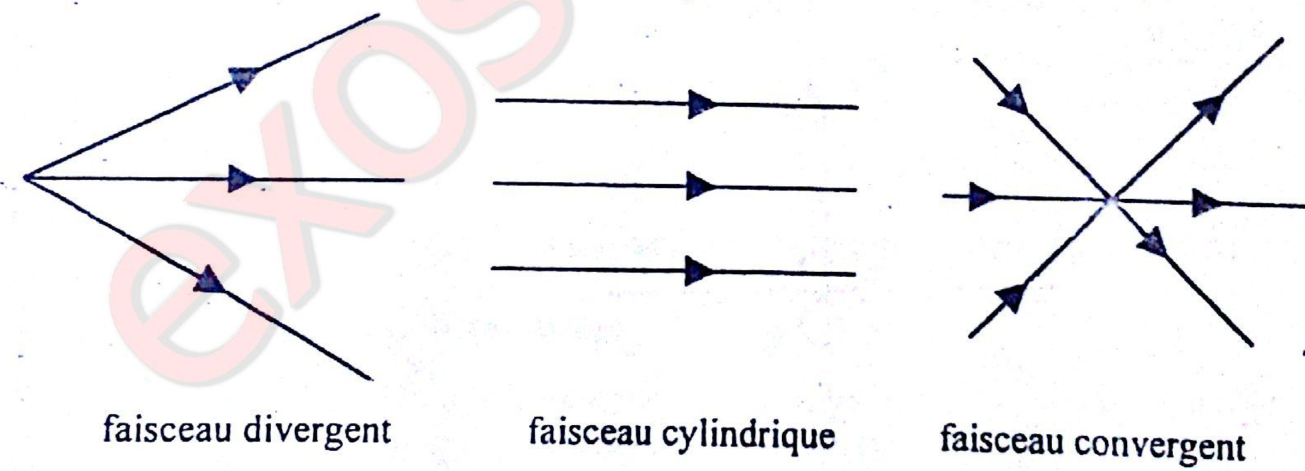
On appelle milieu homogène un milieu dont les propriétés sont les mêmes en tous les points. Dans un tel milieu, la lumière se propage en ligne droite.

On appelle milieu isotrope un milieu dans lequel les différentes directions de l'espace sont équivalentes. Dans un tel milieu, la lumière se propage à la même vitesse dans toutes les directions.

II. Les faisceaux lumineux

On nomme faisceau lumineux la lumière contenue à l'intérieur d'un cône ou d'un cylindre.

On obtient géométriquement les trois dispositions de la figure ci-dessous (faisceau divergent, faisceau cylindrique, faisceau convergent) ; l'angle α, demi-angle au sommet du cône lumineux, est l'angle d'ouverture du faisceau. On parle de faisceaux de grande ouverture (α grand) et de faisceaux de faible ouverture (α petit) qui portent le nom de pinceaux lumineux.



faisceau divergent — faisceau cylindrique — faisceau convergent

III. Le rayon lumineux

Les faisceaux lumineux sont formés de rayons lumineux. Notons bien qu'à cause de la diffraction, il n'est pas possible d'isoler expérimentalement un rayon lumineux. Le rayon lumineux n'est donc qu'un instrument de travail commode et indispensable de l'optique géométrique ; on peut le définir comme le trajet suivi par la lumière pour aller d'un point A à un autre B. Ce trajet est rectiligne.

A ———————▶——————— B

Remarque

Le trajet suivi par la lumière est indépendant du sens de sa propagation. Cette loi est dite loi du retour inverse.

IV. Indice relatif de deux milieux

L'étude théorique de la lumière permet de relier l'indice relatif de deux milieux à la vitesse de propagation de la lumière dans ces milieux. Soit V_1 et V_2 les valeurs de celle-ci dans les milieux 1 et 2, l'indice du milieu 2 par rapport au milieu 1 (indice relatif n) est égal au rapport des vitesses correspondantes et on écrit pour une couleur donnée : $n = \frac{V_1}{V_2}$.

Remarque

- L'indice n dépend de la nature des milieux transparents en contact et de la couleur. Il augmente lorsque celle-ci passe du rouge au violet. La différence $n_{violet} - n_{rouge}$ caractérise la dispersion du milieu.
- Si c est la vitesse de la lumière dans le vide ($c = 3.10^8$ m.s^{-1}), on appelle indice absolu n_1 d'un milieu 1 son indice par rapport au vide et on écrit pour une couleur donnée : $n_1 = \frac{c}{V_1}$.
- La vitesse de la lumière dans le vide est la plus grande que l'on connaisse, l'indice absolu est généralement supérieur à 1.
- La longueur d'onde λ est la distance des deux points les plus rapprochés dont les mouvements vibratoires sont identiques à chaque instant. C'est le trajet VT parcouru par la lumière pendant une période T. Dans un milieu d'indice relatif n, on écrira : $\lambda = V\,T = \frac{c}{n}T = \frac{\lambda_{vide}}{n}$.
- Soit n_1 et n_2 les indices absolus de deux milieux. Leur indice relatif sera déterminé par : $n = \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{c}{n_1}}{\frac{c}{n_2}} = \frac{n_2}{n_1}$.

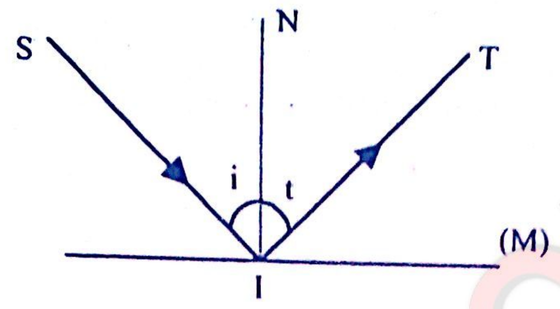
V. Les lois de Descartes

1. Les lois de la réflexion

Considérons un rayon lumineux SI qui frappe la surface plane d'un miroir M perpendiculaire au plan de la figure, l'angle d'incidence i et l'angle de réflexion t étant les angles que font le rayon incident SI et le rayon réfléchi IT avec la normale IN. Les lois de Descartes pour la réflexion sont :

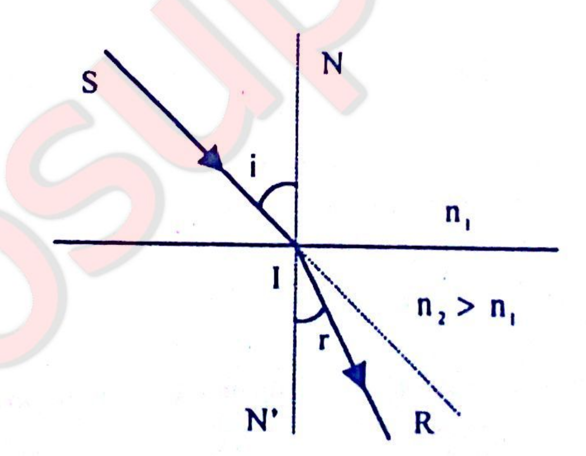
- le rayon incident, le rayon réfléchi et la normale sont dans un même plan (plan d'incidence),
- l'angle de réflexion est égal à l'angle d'incidence : $i = t$.

Ces lois sont également valables dans le cas d'une surface réfléchissante courbe en assimilant la surface à son plan tangent au point d'incidence.



2. Les lois de la réfraction

Le rayon incident SI passe du milieu 1, d'indice de réfraction n_1, au milieu 2, d'indice de réfraction n_2, dont il est séparé par une surface plane. La réfraction se traduit par un changement de direction du rayon, IR est le rayon réfracté.
On construit la normale NIN' au point d'incidence I, l'angle SIN = i, porte le nom d'angle d'incidence et l'angle N'IR = r celui d'angle de réfraction.



Les propriétés de la réfraction s'expriment par deux lois :

- le rayon réfracté IR est dans le plan d'incidence SIN,
- il existe un rapport constant entre les sinus des angles d'incidence et de réfraction : $\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1}$ d'où la formule : $n_1 \sin i = n_2 \sin r$

VI. Couleur des objets

Les objets réfléchissent la lumière mais de façon sélective. Certaines radiations sont absorbées. La couleur d'un objet est la couleur des radiations qu'il réfléchit. Lorsque toutes les radiations sont réfléchies, l'objet paraît blanc : c'est le cas de la neige.

Lorsque toutes les radiations sont absorbées, l'œil a la sensation de noir.

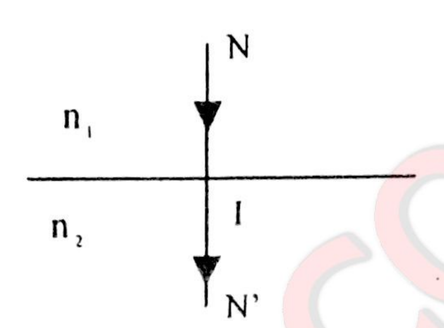
VII. Angle limite. Réflexion totale

On envisagera les deux cas suivants :

le second milieu est plus réfringent que le premier ($n_2 > n_1$, $n > 1$).

C'est le cas du passage de la lumière de l'air dans l'eau ou dans le verre.

Si i = 0, r = 0, le rayon venant frapper la surface de séparation des deux milieux la traverse sans déviation.

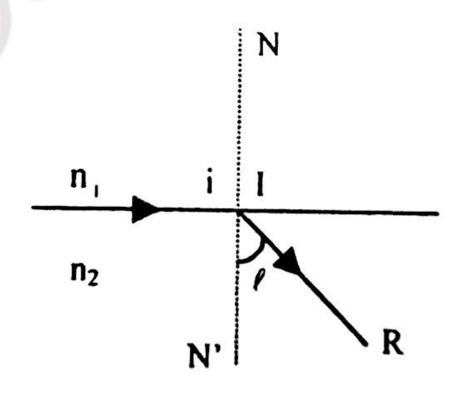


La relation $n_1 \sin i = n_2 \sin r$ montre que i et r varient dans le même sens mais que r est inférieur à i ; le rayon réfracté est plus rapproché de la normale que le rayon incident. Lorsque i atteint sa valeur maximale (i = 90°), sin i = 1 et

$\sin r = \frac{n_1}{n_2}$ correspond à la valeur maximale de l'angle de réfraction.

On l'appelle angle limite et on le désigne par la lettre ℓ. On écrit :

$\sin \ell = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{n}$ où n désigne l'indice relatif.

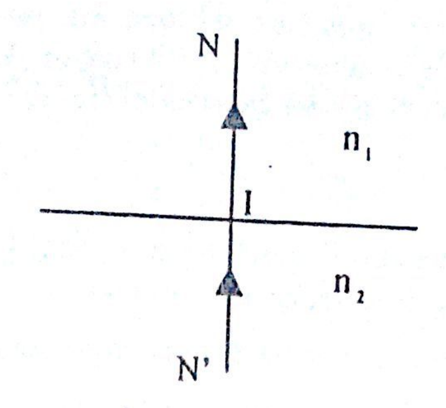


Dans le second milieu, tous les rayons réfractés issus d'un point I de la surface de séparation sont contenus à l'intérieur d'un cône de révolution dont l'axe est la normale et dont le demi-angle au sommet a pour valeur ℓ.

- le second milieu est moins réfringent que le premier ($n_1 > n_2$).

C'est le cas du passage de la lumière du verre ou de l'eau dans l'air.

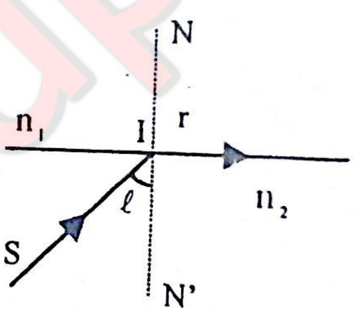
Appliquons le principe du retour inverse. Si i = 0, r = 0. Comme dans le cas précédent, le rayon venant frapper la surface de séparation des deux milieux sort sans déviation.



Si dans le milieu d'indice $n_1 > n_2$ le rayon fait avec la normale un angle inférieur à ℓ, il émerge dans le milieu d'indice n_2 en s'écartant de la normale.

Si $i = \ell$, l'angle de réfraction dans le milieu d'indice n_2 est égal à 90°, et si $i > \ell$, il n'y a pas de rayon réfracté dans le milieu n_2. Toute l'intensité du rayon incident se retrouve dans le rayon réfléchi à la surface de séparation des deux milieux. On dit qu'il y a réflexion totale.

Pour qu'un rayon puisse passer d'un milieu plus réfringent dans un milieu moins réfringent, il doit faire avec la normale à la surface de séparation un angle inférieur à l'angle limite ℓ.



VIII. Stigmatisme, approximation de Gauss, aplanétisme

1. Stigmatisme

Un système optique est stigmatique si, d'un objet ponctuel A, il donne une image ponctuelle et une seule A'.

Le stigmatisme rigoureux n'existe que pour les miroirs plans; dans le cas des autres instruments, il faut se placer dans les conditions où le stigmatisme est approché.

Un système optique est un instrument stigmatique pour les rayons lumineux qui :

frappent le système optique au voisinage de son centre optique,

ne sont que faiblement inclinés sur son axe optique.

2. Approximation de Gauss

Un système optique centré doit être utilisé dans les conditions où il est stigmatique.

Ces conditions dites "conditions de l'approximation de Gauss" sont les suivantes:

- les rayons doivent frapper le système au voisinage du centre optique,
- les rayons ne doivent être que faiblement inclinés sur l'axe optique.

3. Aplanétisme

Un système optique est aplanétique si les images des points contenus dans un même plan sont elles-mêmes contenues dans un même plan.

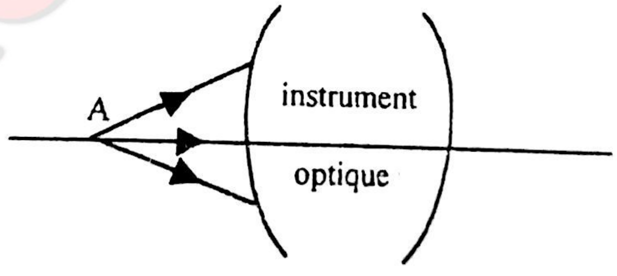
Dans les conditions de l'approximation de Gauss, tout système optique est un instrument aplanétique.

IX. Objet réel, image réelle

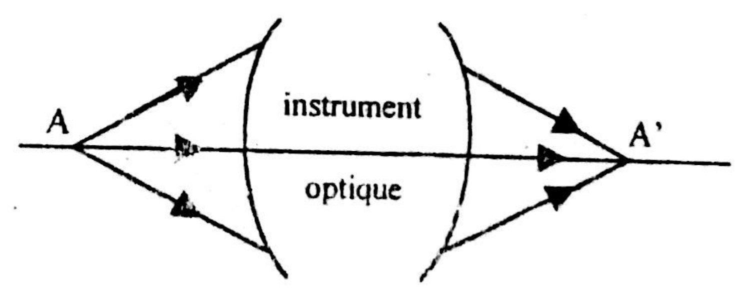
Raisonnons dans le cas d'un instrument d'optique quelconque mais présentant un axe de révolution. Les résultats s'appliqueront aux miroirs, dioptres et lentilles, mais également à des systèmes optiques plus complexes comme un objectif photographique, un microscope, une lunette d'observation…

Un objet lumineux A, sensiblement ponctuel et placé sur l'axe de symétrie, envoie sur l'instrument des rayons lumineux qui vont être traités par celui-ci. On dit, en conséquence, que le point A est un objet pour l'instrument d'optique. Et, puisque les rayons passent effectivement par le point A, cet objet est qualifié de réel.

Un point objet est réel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux divergent qui va frapper l'instrument.



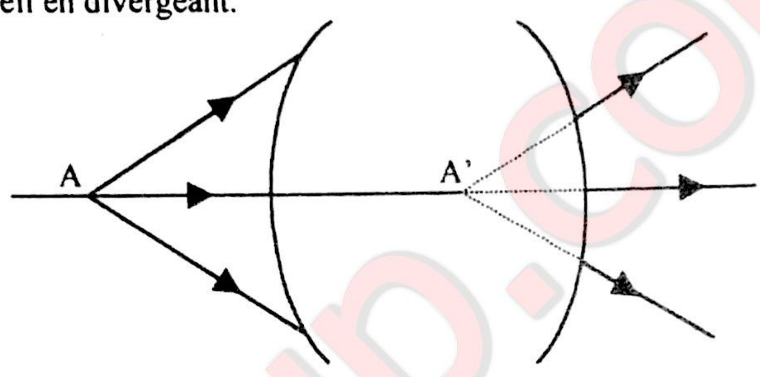
Si, après passage à travers l'instrument, tous les points issus de A convergent en un point A' (obligatoirement situé sur l'axe), on dit que A' est l'image de A dans l'instrument d'optique. Et, puisque les rayons passent effectivement par le point A', celui-ci est une image réelle.



Un point image est réel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux qui émerge de l'appareil en convergeant.

X. Objet réel, image virtuelle

Si maintenant, tous les rayons issus du point A (objet réel) semblent provenir, après traversée de l'instrument, d'un point A' de l'axe situé en deçà de sa face de sortie, ce point A' est encore image de A, mais c'est une image virtuelle car les rayons ne passent pas effectivement par le point A'. Il revient au même de dire que, dans ce cas, ce sont les prolongements des rayons qui passent par A'. Un point image est virtuel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux qui émerge de l'appareil en divergeant.

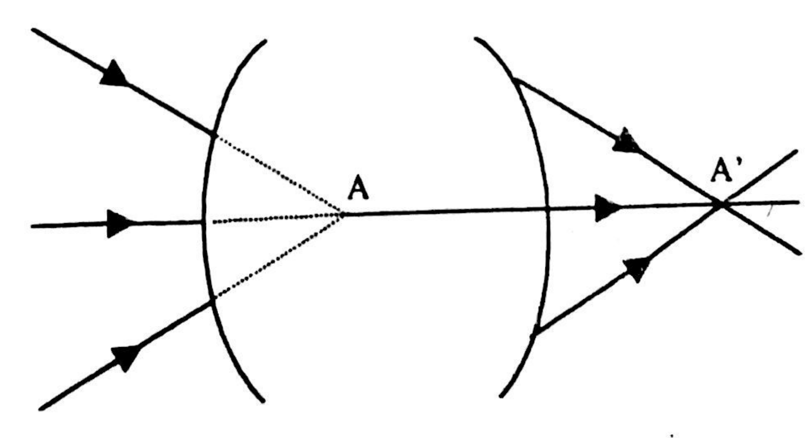


XI. Objet virtuel, image réelle

Formons, avec une lentille, un faisceau qui converge en un point A. Puis interceptons ce faisceau par l'instrument d'optique en plaçant sa face d'entrée en avant de A.

Puisque l'instrument traite les rayons qui iraient passer par A, ce point A est un objet. Mais ce n'est pas un objet réel car les rayons lumineux ne passent pas effectivement par A : on dit que A est objet virtuel pour l'instrument d'optique. On constate également que, maintenant, ce sont les prolongements des rayons qui passent par A.

Un point objet est virtuel s'il est le sommet d'un faisceau lumineux qui entre dans l'appareil en convergeant.



L'image A' de A est réelle car tous les rayons passent effectivement par A'.

Notons encore que l'on dit que les points A et A' sont conjugués dans l'instrument d'optique (A' est l'image de A, et A est l'image de A' en inversant le sens de la lumière et à cause du retour inverse).

XII. Conclusion

Si les rayons (dans l'espace objet ou dans l'espace image) passent effectivement par le point considéré, celui-ci est réel.

Si ce sont les prolongements des rayons qui passent par ce point, il est virtuel.

Si la lumière chemine de gauche à droite :

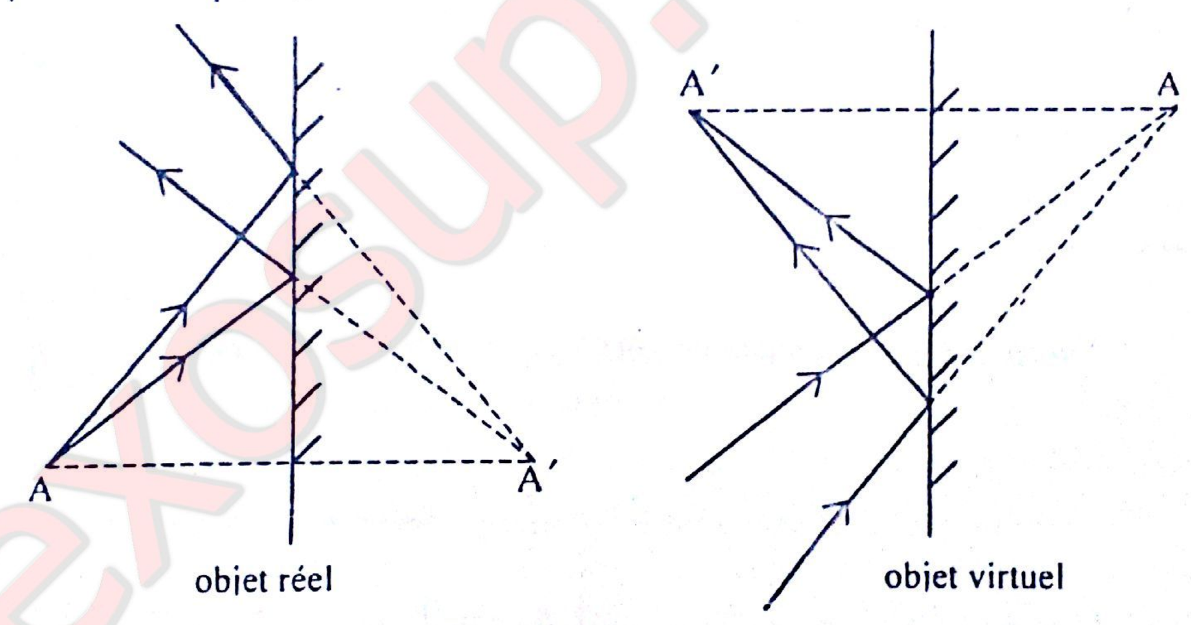
- les objets réels se situent à gauche de la face d'entrée de l'instrument d'optique,
- les images réelles se situent à droite de la face de sortie de l'instrument.

SYSTÈMES OPTIQUES À FACES PLANES

I. Miroir plan

Toute surface réfléchissante plane constitue un miroir plan. Il résulte des lois de la réflexion que l'image d'un point lumineux A ou celle d'un objet AB est symétrique de A, ou de AB, par rapport au miroir. L'image d'un objet ne lui est pas superposable puisqu'elle lui est symétrique par rapport au miroir.

Le miroir plan est le seul système optique qui soit rigoureusement stigmatique pour tous les points.



Remarque

- L'image A' du point objet réel A est virtuel, c'est-à-dire formée non pas par les rayons lumineux mais par leur prolongement, de sorte qu'il est impossible de l'observer sur un écran.
- Un miroir plan donne d'un objet virtuel une image réelle, symétrique de l'objet par rapport au miroir.
- Si un miroir tourne d'un angle α autour d'un axe perpendiculaire au plan d'incidence, le rayon réfléchi tourne donc d'un angle 2α.

II. Dioptre plan

On appelle ainsi une surface plane Σ séparant deux milieux transparents et homogènes, d'indices différents. Soit un point lumineux A, n_1 et n_2 les indices

absolus des deux milieux, AS la normale à Σ. Les rayons issus de A très voisins de AS donnent une image A' de A située sur AS puisque le rayon AS normal à Σ pénètre sans déviation dans le second milieu.

Considérons le rayon AI qui se réfracte suivant IR. Le prolongement de IR coupe AS en A' qui dépend du rayon AI considéré.

On prend comme sens positif, le sens de S vers I et de A vers S.

Dans le triangle AIS, on a : $\tan i = \dfrac{\overline{SI}}{\overline{AS}}$

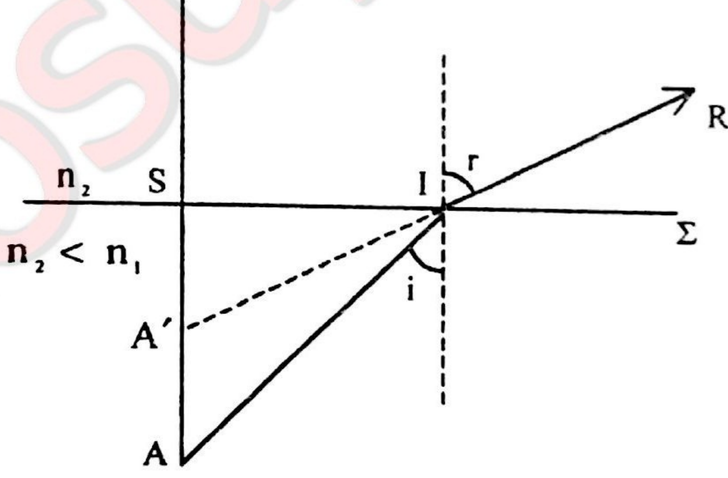
et dans le triangle A'IS, on a : $\tan r = \dfrac{\overline{SI}}{\overline{A'S}}$.

En divisant l'une par l'autre les deux relations précédentes, il vient :

$$\frac{\overline{A'S}}{\overline{AS}} = \frac{\tan i}{\tan r} = \frac{\sin i}{\sin r} \cdot \frac{\cos r}{\cos i}$$

Tenant compte de la deuxième loi de Descartes : $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, la position de A' est déterminée par : $\dfrac{\overline{A'S}}{\overline{AS}} = \dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \dfrac{n_2}{n_1} \dfrac{\cos r}{\cos i}$

La position de A' est déterminée par la relation ci-dessus. On remarque que A' dépend de i donc du rayon AI considéré, de sorte qu'en général A ne donne pas d'image dans le dioptre.



Dans le cas d'un faisceau étroit de rayons lumineux, peu inclinés sur la normale (approximation de Gauss : i et r très petits), on écrira : $\cos i \approx \cos r \approx 1$

Dans ce cas, il y a stigmatisme approché et donc : $\dfrac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \dfrac{n_2}{n_1}$

Ce rapport est toujours positif, A et son image A' sont du même côté de la surface. Si A est réel, A' est virtuel et vice-versa.

Si on pose $\dfrac{n_1}{n_2} = n$, indice relatif du milieu 1 par rapport au milieu 2, on a :

$$\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{1}{n}$$

En prenant S pour origine, le point A subit un déplacement apparent :

$$\overline{AA'} = \overline{AS} + \overline{SA'} = \frac{\overline{SA}}{n} - \overline{SA} = \overline{SA}\left(\frac{1}{n} - 1\right) = \overline{SA}\,\frac{1-n}{n}$$

III. Lame à faces parallèles

C'est l'ensemble de 3 milieux séparés par 2 dioptres plans parallèles Σ_1 et Σ_2 distants de e.

Nous n'étudierons que le cas où les deux milieux extrêmes sont identiques (dans ce cas, le rayon émergent est parallèle au rayon incident) d'indice n_1 et le milieu intermédiaire d'indice $n_2 > n_1$.

La deuxième loi de Descartes appliquée aux différents milieux, s'écrit :

$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r$ et $n_2 \sin r = n_1 \sin i_2$

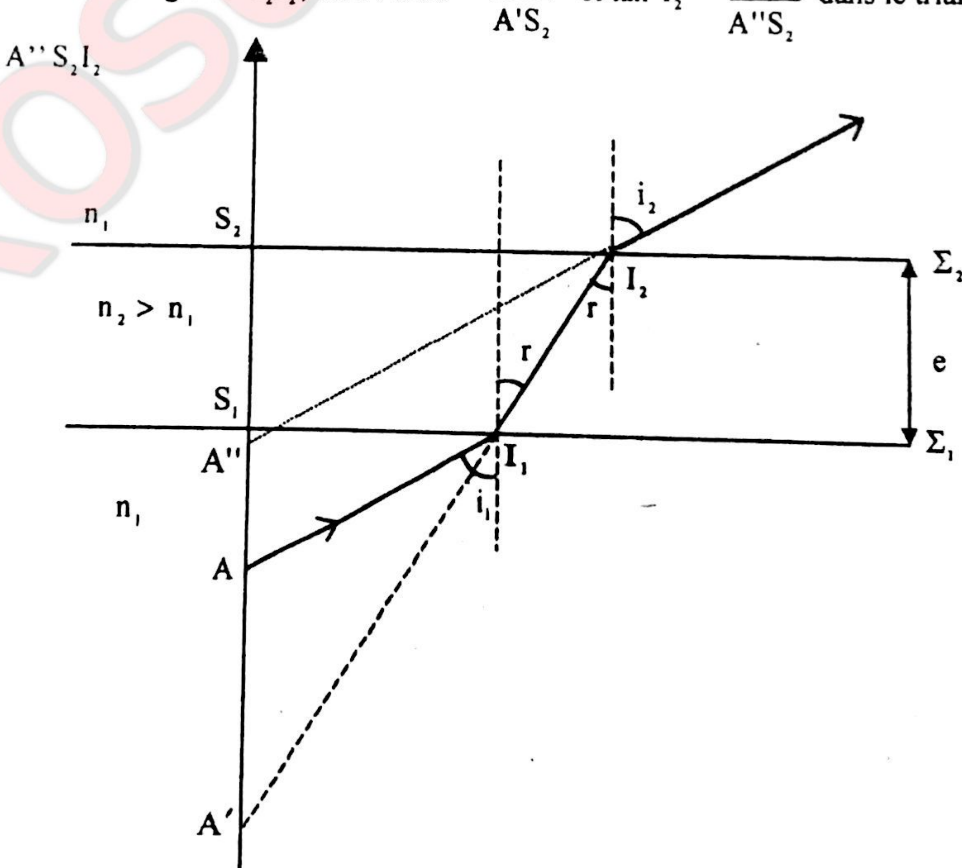
d'où : $i_1 = i_2$, le rayon émergent est parallèle au rayon incident.

Comme dans le cas du dioptre plan, on prend comme sens positif, le sens de S_1 vers I_1 et de S_1 vers S_2.

D'après le cas du dioptre plan, la position de A' image de A, par le dioptre Σ_1, est déterminée par la relation : $\dfrac{\overline{A'S_1}}{\overline{AS_1}} = \dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos r}{\cos i_1} = \dfrac{n_2}{n_1}\dfrac{\cos r}{\cos i_2}$

Déterminons maintenant la position de A'' image de A' par le dioptre Σ_2 :

Dans le triangle $A'S_2I_2$, on a : $\tan r = \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{A'S_2}}$ et $\tan i_2 = \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{A''S_2}}$ dans le triangle $A''S_2I_2$



En divisant l'une par l'autre les deux relations précédentes, il vient :

$$\frac{\overline{A''S_2}}{\overline{A'S_2}} = \frac{\tan r}{\tan i_2} = \frac{\sin r}{\cos r}\frac{\cos i_2}{\sin i_2}$$

Tenant compte de la deuxième loi de Descartes : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin r$ et comme $i_1 = i_2$, la position de A'' est déterminée par : $\frac{\overline{A''S_2}}{\overline{A'S_2}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\cos i_2}{\cos r}$

La lame à faces parallèles ne donne d'image d'un objet A que si chacun des deux dioptres en donne une, c'est-à-dire pour des rayons peu inclinés sur la normale (approximation de Gauss : i_1, i_2 et r très petits). Dans ce cas, il y a stigmatisme approché.

A' est l'image de A donnée par Σ_1 et $\overline{A'S_1} = \frac{n_2}{n_1}\overline{AS_1}$

A'' est l'image de A' donnée par Σ_2 et $\overline{A''S_2} = \frac{n_1}{n_2}\overline{A'S_2}$

En posant $e = \overline{S_1S_2}$, il vient :

$$\overline{A''S_2} = \frac{n_1}{n_2}\overline{A'S_2} = \frac{n_1}{n_2}\left[\overline{A'S_1} + \overline{S_1S_2}\right] = \frac{n_1}{n_2}\left[\overline{A'S_1} + e\right]$$

On en déduit : $\overline{AA''} = \overline{AS_1} + \overline{S_1S_2} + \overline{S_2A''} = \overline{AS_1} + e - \frac{n_1}{n_2}\left[\overline{A'S_1} + e\right]$

$$= \overline{AS_1} + e - \frac{n_1}{n_2}\left[\frac{n_2}{n_1}\overline{AS_1} + e\right]$$

Et donc : $\overline{AA''} = e - \frac{n_1}{n_2}e = e\left[\frac{n_2 - n_1}{n_2}\right]$

Si l'objet A est réel, l'image A'' est virtuelle et toujours rapprochée de la lame si on suppose $n_2 > n_1$.

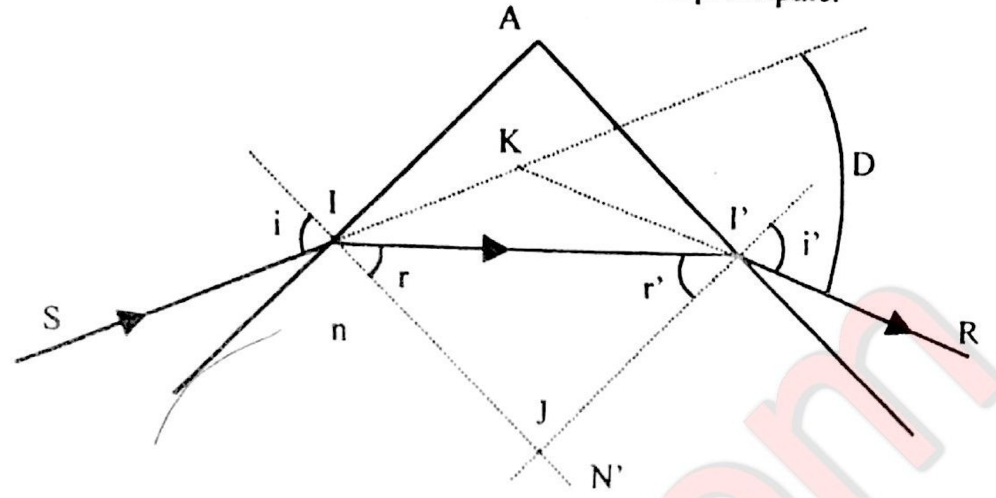
Si le milieu 1 est l'air ($n_1 = 1$) et le milieu 2 une lame de verre ($n_2 = n$), il vient : $\overline{AA''} = e\left[\frac{n-1}{n}\right] = e\left[1 - \frac{1}{n}\right]$

IV. Dispersion de la lumière par un prisme

1. Définition

Un prisme est un milieu transparent d'indice n placé dans l'air généralement, limité par deux faces planes dont l'intersection est l'arête du prisme, la troisième face étant la base. L'intersection du prisme par un plan perpendiculaire à l'arête est une section principale. Nous nous placerons dans le

cas où les rayons incidents sont dans ce plan ; d'après la première loi de la réfraction, les rayons réfractés restent dans la section principale.



2. Déviation

Soit, dans une section principale, un rayon lumineux SI qui vient frapper le prisme. Il se réfracte en I sur la première face, est dévié vers la base, et vient frapper la seconde face en I'. Si l'angle r' est inférieur à l'angle limite ℓ, le rayon sort du prisme en étant encore dévié vers la base. La loi de la réfraction en I et I' s'écrit : $\sin i = n \sin r$ et $\sin i' = n \sin r'$

On convient de compter i et i' positivement lorsque les rayons correspondants sont situés vers la base du prisme par rapport aux normales, cas de la figure précédente. Les deux normales en I et I' qui se rencontrent en J font entre elles un angle (I'JN') égal à l'angle au sommet A (côtés respectivement perpendiculaires).

D'autre part, angle (IJI') = 180° - (r + r') dans le triangle II'J

et angle (IJI') = 180° - angle (I'JN') = 180° - A.

On écrira finalement : $A = r + r'$

La déviation subie par le rayon incident SI lorsqu'il sort du prisme est :

$D = \text{angle}(\overrightarrow{SI}, \overrightarrow{I'R})$

On écrira D = angle (KII') + angle (II'K) = $i - r + i' - r' = i + i' - (r + r')$

$= i + i' - A$

On écrira finalement : $D = i + i' - A$

Dans le cas où l'angle au sommet A est très petit et où les rayons incidents sont voisins de la normale à la face d'entrée (i, r, i' et r' très petits) les formules précédentes se simplifient et on écrira : $i = nr$ et $i' = nr'$

d'où $D = i + i' - A = nr + nr' - A = n(r + r') - A = (n - 1) A$

3. Conditions d'émergence

Soit ℓ l'angle de réfraction limite. Pour qu'il y ait émergence, il faut que $r' \leq \ell$. Mais r étant lui-même inférieur à ℓ, il en résulte que $A = r + r' \leq 2\ell$

Si $A > 2\ell$, tous les rayons pénétrants dans le prisme subiront la réflexion totale.

Si $A = 2\ell$, comme r' est au plus égal à ℓ, il en résulte que le seul rayon émergent correspond à $r = \ell$, soit $i = 90°$. Seul pourra sortir du prisme le rayon entré sous l'incidence rasante.

Supposons réalisée la condition $A < 2\ell$. Pour que le rayon correspondant puisse sortir du prisme, il faut que la condition $r' \leq \ell$ soit satisfaite,

d'où $r = A - r' \geq A - \ell$, soit :

$\sin i = n \sin r \geq n \sin(A - \ell)$.

L'incidence minimale i_0 permettant l'émergence sera donc donnée par :

$\sin i_0 = n \sin(A - \ell)$

La condition d'émergence pour un rayon quelconque est : $i \geq i_0$

4. Étude de la déviation

- La déviation est une fonction croissante de l'indice n du prisme.

  Comme l'indice d'un milieu transparent dépend de la couleur de la lumière et augmente lorsqu'on passe du rouge au violet (ceci constituant la dispersion), la déviation correspondant aux radiations violettes est supérieure à celle correspondant aux radiations rouges. Dans la pratique, on utilise le prisme principalement pour séparer les radiations de différentes couleurs.
- La déviation est une fonction croissante de l'angle au sommet du prisme.
- Lorsque l'incidence varie dans un sens donné la déviation décroît, passe par un minimum et croît ensuite.
- Détermination de l'indice n d'une substance transparente :

Le calcul et l'expérience montrent qu'on obtient la déviation minimale D_m lorsque l'incidence i_m est égale à l'émergence i'_m correspondante. On écrira dans ce cas :

$i_m = i'_m$ et par suite $r_m = r'_m$

d'où il résulte que : $A = 2\,r_m$ et $D = 2\,i_m - A$

La relation $n = \dfrac{\sin i_m}{\sin r_m}$ devient : $n = \dfrac{\sin \dfrac{A + D_m}{2}}{\sin \dfrac{A}{2}}$

La relation ci-dessus est utilisée pour calculer l'indice d'une substance transparente connaissant l'angle au sommet A d'un prisme taillé dans cette matière et la déviation minimum D_m correspondante.

SYSTÈMES OPTIQUES À FACES SPHÉRIQUES

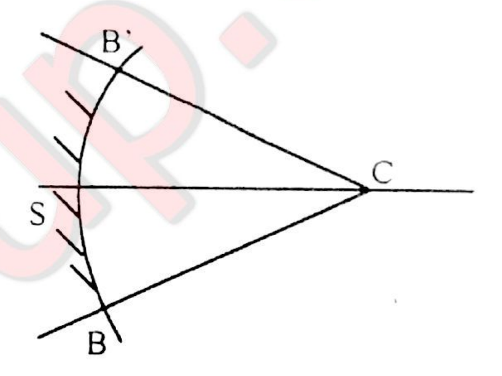
I. Miroirs

1. Miroir concave



a. Définition

Soit un miroir ayant la forme d'une calotte sphérique, concave de sommet S, de bords BB` et de centre C. L'axe SC est l'axe principal du miroir et l'angle BCB` en est l'ouverture.

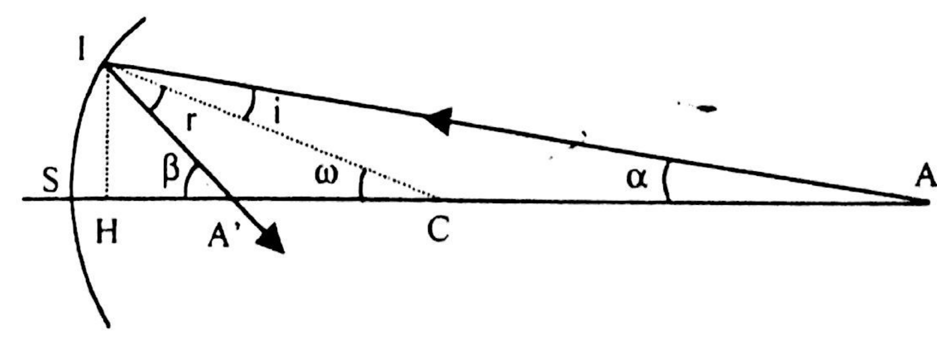


Remarque

- Si la surface intérieure du miroir est recouverte d'une matière réfléchissante (argent ou aluminium), ce dernier sera dit concave.
- Dans le cas des miroirs, les foyers objet F et image F' sont confondus : $\overline{SF} = \overline{SF'}$

b. Formules des miroirs

Soit un point lumineux A situé sur l'axe principal du miroir de centre C et de sommet S. Un rayon incident issu de A se réfléchit en I et rencontre l'axe en A` image de A. Soit H le pied de la perpendiculaire abaissée de I sur l'axe.



Nous allons montré que A' dépend du rayon incident AI, c'est-à-dire que le miroir sphérique n'est pas stigmatique en général.

On prend comme sens positif, le sens de la lumière réfléchie et de H vers I, et comme origine le sommet S du miroir (on choisit habituellement le sens positif de façon que $\overline{SA}$ et $\overline{SA'}$ soient positifs lorsque les points A et A' sont en avant du miroir (objet ou image réels) et négatifs s'ils sont en arrière (objet ou image virtuels). Dans ces conditions, le miroir concave a un rayon de courbure $R = \overline{SC}$ positif.

Il vient alors :

dans le triangle IHA' : $\tan\beta = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{HA'}}$, dans le triangle IHC : $\tan\omega = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{HC}}$ et dans le triangle IHA : $\tan\alpha = \dfrac{\overline{HI}}{\overline{HA}}$

Ainsi A' dépend du point H et par suite de I, et dans ce cas A ne donne pas d'image nette.

Il y a une exception si A est au centre C ($\alpha = \omega$). Dans ce cas A' est aussi au centre ($\alpha = \beta = \omega$) et le stigmatisme est rigoureux.

On dit qu'il y a stigmatisme approché si le miroir est utilisé dans l'approximation de Gauss c'est-à-dire si les deux conditions suivantes sont réalisées :

- le miroir est de faible ouverture,
- les rayons lumineux sont peu inclinés sur l'axe.

Dans ce cas, on confondra alors S et H et on admettra que $\overline{HC} = \overline{SC}$.

De plus comme les angles α, β et ω sont petits, on écrira :

$$\tan\alpha = \alpha = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA}},\ \tan\beta = \beta = \frac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} \text{ et } \tan\omega = \omega = \frac{\overline{SI}}{\overline{SC}}$$

Comme dans les triangles A'IC et CIA, on a : $\beta = \omega + r$ et $\omega = i + \alpha$

Et comme de plus $r = i$ (lois de la réflexion), il vient : $\beta = \omega + r = \omega + i$

En éliminant i entre les relations $\beta = \omega + i$ et $\omega = i + \alpha$, on trouve : $\beta + \alpha = 2\omega$

Comme donc $\beta + \alpha = 2\omega$, on a : $\dfrac{\overline{SI}}{\overline{SA}} + \dfrac{\overline{SI}}{\overline{SA'}} = \dfrac{2\,\overline{SI}}{\overline{SC}}$

En simplifiant par $\overline{SI}$ de part et d'autre de l'égalité précédente, il vient finalement : $\dfrac{1}{\overline{SA}} + \dfrac{1}{\overline{SA'}} = \dfrac{2}{\overline{SC}}$

c. Relation entre le rayon de courbure R et la distance focale $\overline{SF'}$

Supposons le point A toujours placé sur l'axe ou très voisin de lui, mais très éloigné du miroir (placé à l'infini).

Dans ces conditions $\frac{1}{\overline{SA}} = 0$ et d'après la relation ci-dessus, on a : $\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$

L'image, d'un point A situé à l'infini dans la direction de l'axe, est sur l'axe au foyer F' du miroir : $\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}}$. Cette image est donc située à égale distance du centre et du sommet : $\frac{1}{\overline{SA'}} = \frac{1}{\overline{SF'}} = \frac{2}{\overline{SC}}$ d'où : $\overline{SF'} = \frac{\overline{SC}}{2} = \frac{R}{2}$

d. Construction des images. Grandissement

Soit un petit objet AB perpendiculaire à l'axe. Pour construire son image, considérons trois rayons remarquables :

un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi en passant par le foyer principal objet F,

un rayon issu de B passant par le centre de courbure C est réfléchi sur lui-même,

un rayon issu de B qui passe par F est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

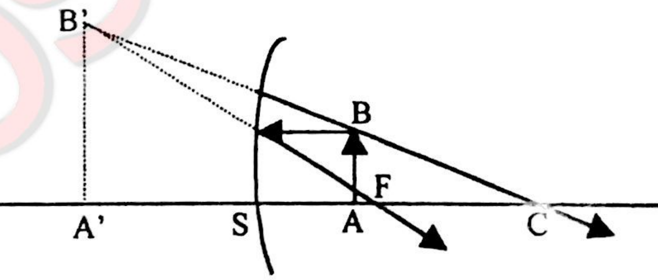
La connaissance de deux de ces rayons suffit à déterminer l'image A'B'.

- Si l'objet est situé entre le miroir et le foyer F, on considère :

un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi en passant par le foyer principal objet F,

un rayon issu de B passant par le centre de courbure C est réfléchi sur lui-même.

Les rayons réfléchis ne se rencontrent pas mais semblent parvenir du point B', image virtuelle de B. L'image A'B' est virtuelle, droite et agrandie (plus grande que l'objet).

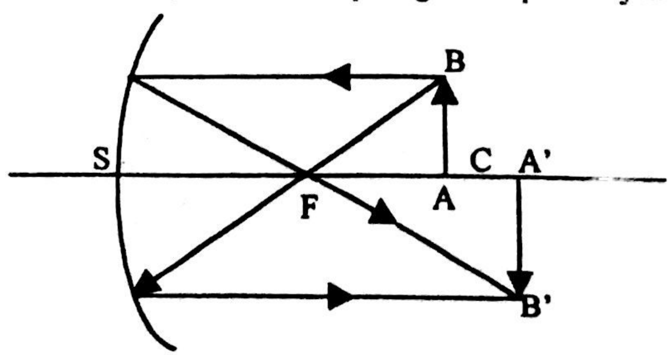


Si l'objet est placé entre F et le centre de courbure C, on considère :

un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi en passant par le foyer principal objet F,

un rayon issu de B qui passe par F est réfléchi parallèlement à l'axe principal.

L'image A'B' est réelle, renversée et plus grande que l'objet.

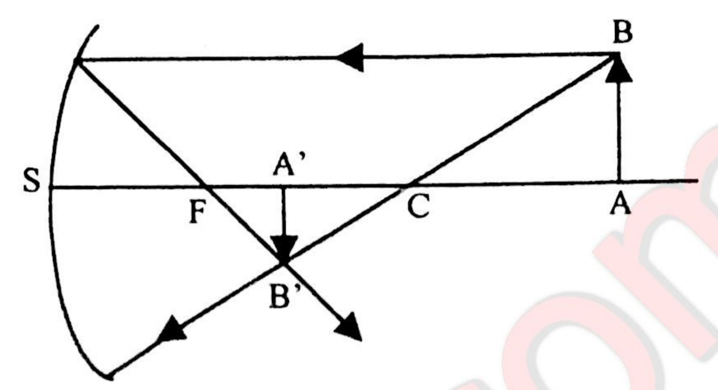


- Si l'objet est situé entre C et l'infini, on considère :

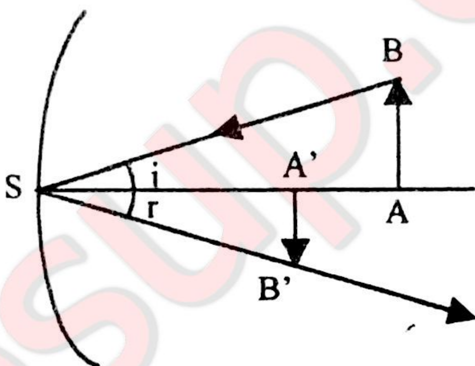
un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi en passant par le foyer principal objet F,

un rayon issu de B passant par le centre de courbure C est réfléchi sur lui-même.

L'image A'B' est réelle, renversée et plus petite que l'objet.



Considérons, dans ce cas, le rayon BS issu de B passant par le sommet du miroir qui se réfléchit en SB'. Le sens positif est celui de la lumière réfléchie et celui de A vers B.



Dans le triangle ASB, on a : $\tan i = \frac{\overline{AB}}{\overline{SA}}$ et dans le triangle A'SB',

$\tan r = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$

Dans l'approximation de Gauss, i et r sont petits et donc tan i = i et tan r = r

Comme i = r (première loi de Descartes), il vient : $\frac{\overline{AB}}{\overline{SA}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$

Le grandissement du miroir est donné par : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$

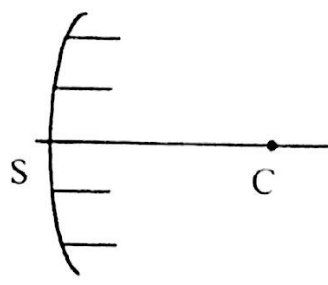
Ce grandissement est positif lorsque l'image et l'objet sont de même sens et négatif dans le cas contraire.

2. Miroir convexe

a. Définition

Si la surface extérieure du miroir, de centre C et de sommet S, est recouverte d'une matière réfléchissante (argent ou aluminium), ce dernier sera dit convexe.

Le miroir convexe est tel $\overline{SC} < 0$ (en prenant comme sens positif le sens de la lumière réfléchie).



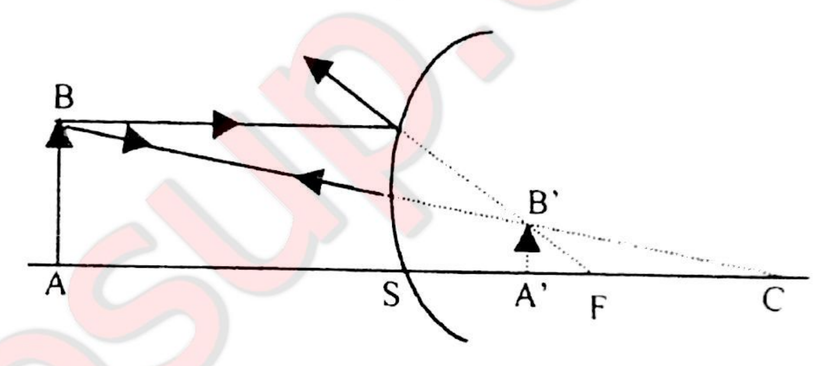
b. Construction des images. Grandissement

Soit un petit objet AB perpendiculaire à l'axe. Pour construire son image, considérons deux rayons remarquables :

un rayon issu de B parallèle à l'axe principal du miroir est réfléchi de telle sorte qu'il semble venir de F foyer du miroir.

un rayon issu de B et perpendiculaire au miroir sera réfléchi dans la même direction que le rayon incident comme s'il venait du centre de courbure C.

Quelque soit la position de l'objet par rapport à un miroir convexe, l'image est toujours virtuelle, droite et plus petite que l'objet.



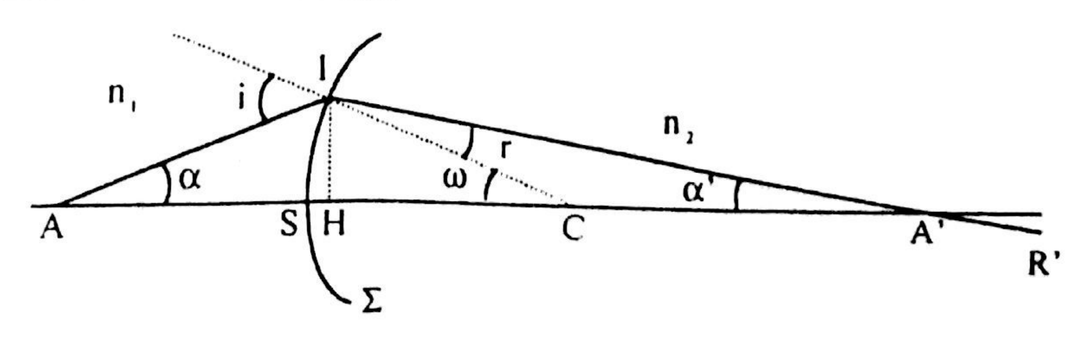
II. Dioptre sphérique

1. Équation aux points conjugués

On appelle dioptre sphérique une surface sphérique Σ séparant deux milieux transparents et homogènes d'indices différents. L'axe du dioptre est la droite SC qui joint le centre C du dioptre au sommet S de la calotte sphérique.

Soit un dioptre sphérique de rayon R, n_1 et n_2 étant les indices absolus de chacun des milieux, supposons $n_2 > n_1$ et soit un faisceau de rayon lumineux, issu d'un point A de l'axe du dioptre, qui vient frapper celui-ci en I.

L'image de A doit se trouver sur l'axe du dioptre car le rayon normal ASC pénètre sans déviation dans le second milieu. Elle est donc en A', à l'intersection de IR' et de l'axe.



On choisit comme sens positif, le sens de propagation de la lumière et de H (pied de la perpendiculaire abaissée de I sur l'axe) vers I, et comme origine le sommet S du dioptre.

Dans le triangle IHA' : $\tan \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{HA'}}$, dans le triangle IHC : $\tan \omega = \frac{\overline{HI}}{\overline{HC}}$ et

dans le triangle IHA : $\tan \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{AH}}$

La position de A' dépend du point H et par suite de I, et dans ce cas A ne donne pas d'image nette de sorte que le dioptre sphérique n'est pas stigmatique en général.

On se place dans le cas où l'approximation de Gauss est vérifiée (rayons lumineux très voisins de l'axe et peu inclinés sur lui). Dans ce cas :

on confondra S et H et on admettra que $\overline{HC} = \overline{SC}$.

les angles ω, α et α' sont petits et on écrit :

$\tan \omega = \omega = \frac{\overline{HI}}{\overline{SC}}$, $\tan \alpha' = \alpha' = \frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}}$ et $\tan \alpha = \alpha = \frac{\overline{HI}}{\overline{AS}}$

les angles i et r étant très petits, on écrira, à partir, de $n_1 \sin i = n_2 \sin r$:

$n_1 i = n_2 r$

On a aussi : $\omega = \alpha' + r = -\alpha + i$, il en résulte que : $(n_2 - n_1)\omega = n_1 \alpha + n_2 \alpha'$

d'où : $(n_2 - n_1)\frac{\overline{HI}}{\overline{SC}} = n_1 \frac{\overline{HI}}{\overline{AS}} + n_2 \frac{\overline{HI}}{\overline{SA'}}$

En simplifiant, à droite et à gauche de cette égalité, par $\overline{HI}$, il vient finalement :

$$\frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} = \frac{n_1}{\overline{AS}} + \frac{n_2}{\overline{SA'}}$$

Remarque

Si $C \to \infty$, on retrouve la formule de conjugaison du dioptre plan : $\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}} = \frac{n_2}{n_1}$

2. Foyers du dioptre sphérique

a. Foyer objet

Supposons le point A' toujours placé sur l'axe ou très voisin de lui, mais très éloigné du dioptre (placé à l'infini).

Dans ces conditions $\frac{n_2}{\overline{SA'}} = 0$ et d'après la relation du dioptre sphérique, on a :

$$\frac{n_1}{\overline{AS}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

Dans ce cas, le point A est sur l'axe en un point F dit foyer objet du dioptre :

$$\frac{n_1}{\overline{FS}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}} \qquad \text{d'où : } \overline{SF} = -\frac{n_1}{n_2 - n_1}\overline{SC}$$

Si $n_2 > n_1$, $\overline{SF}$ est négatif et le foyer objet F est réel, il est situé à gauche de S. Dans ce cas, le dioptre est convergent.

b. Foyer image

Supposons le point A toujours placé sur l'axe ou très voisin de lui, mais très éloigné du miroir (placé à l'infini).

Dans ces conditions $\frac{n_1}{\overline{AS}} = 0$ et d'après la relation du dioptre sphérique, on a :

$$\frac{n_2}{\overline{SA'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$$

L'image, d'un point A situé à l'infini dans la direction de l'axe, est sur l'axe en un point F' dit foyer objet du dioptre : $\frac{n_2}{\overline{SF'}} = \frac{n_2 - n_1}{\overline{SC}}$

d'où : $\overline{SF'} = \frac{n_2}{n_2 - n_1}\overline{SC}$

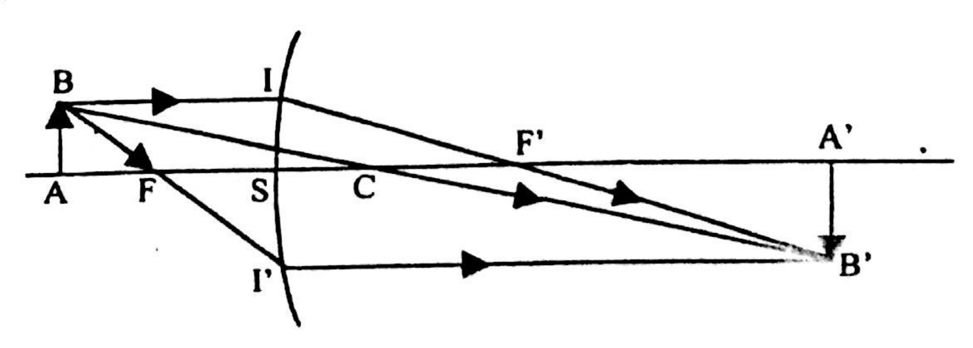
Si $n_2 > n_1$, $\overline{SF'}$ est positif et le foyer image F' est réel, il est situé à droite de S (il est aussi situé à droite de C car $\overline{SF'} > \overline{SC}$). Dans ce cas aussi, le dioptre est convergent.

Remarque

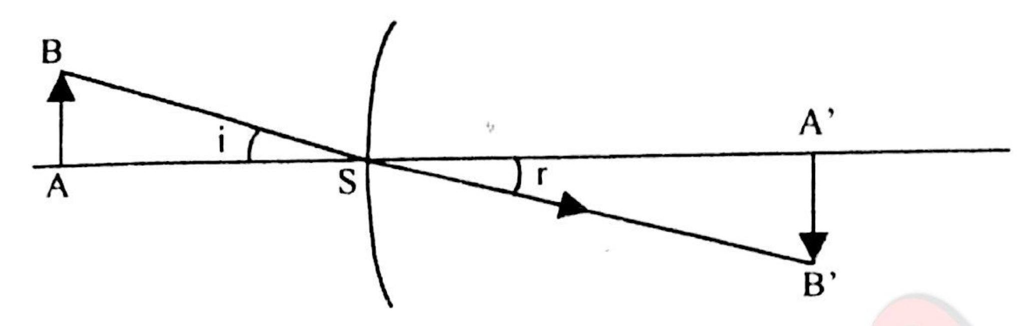
- Des expressions de $\overline{SF}$ et $\overline{SF'}$, on déduit : $\frac{\overline{SF}}{n_1} + \frac{\overline{SF'}}{n_2} = 0$ et $\overline{SF} + \overline{SF'} = \overline{SC}$.
- Si $\overline{SF'} < 0$ ($\overline{SF} > 0$), le dioptre est divergent.
- Un dioptre est convergent si son centre se trouve dans le milieu d'indice le plus élevé. La convergence $\mathcal{C}$ est donnée par : $\mathcal{C} = \frac{n_2}{\overline{SF'}} = -\frac{n_1}{\overline{SF}}$.

3. Construction des images et grandissement

L'image B' d'un point B de l'objet AB sera à l'intersection des rayons remarquables BC passant par le centre C du dioptre (sans déviation), BI parallèle à l'axe et se réfractant en IF' et BF se réfractant en I'B'.



Considérons le rayon BS issu de B passant par le sommet du dioptre qui se réfracte en SB'. Le sens positif est celui de A vers S et celui de A vers B.



Dans le triangle ASB, on a $\tan i = \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}}$ et dans le triangle A'SB',

$$\tan r = \frac{\overline{B'A'}}{\overline{SA'}} = -\frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$$

On se place dans le cas où l'approximation de Gauss est vérifiée (rayons lumineux très voisins de l'axe et peu inclinés sur lui). Dans ce cas, les angles i et r sont petits, on écrira : tan i = i et tan r = r et, à partir de $n_1 \sin i = n_2 \sin r$, on a : $n_1 i = n_2 r$

Il vient donc : $n_1 \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}} = -n_2 \frac{\overline{A'B'}}{\overline{SA'}}$

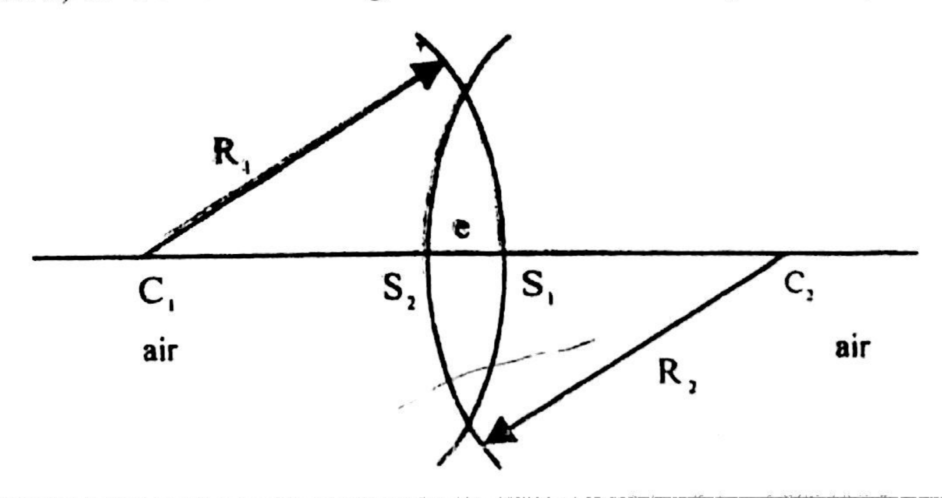
Le grandissement du dioptre est donné par : $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{n_1}{n_2} \frac{\overline{SA'}}{\overline{AS}}$

III. Généralités sur les lentilles minces

1. Définition

Une lentille est un milieu transparent limité par deux surfaces sphériques (ou une surface sphérique et un plan). Elle forme une succession de deux dioptres. Les rayons de ces sphères sont les rayons de courbure de la lentille et l'axe principal est la droite qui joint les centres de courbures. Si l'une des faces est plane, l'axe lui est perpendiculaire.

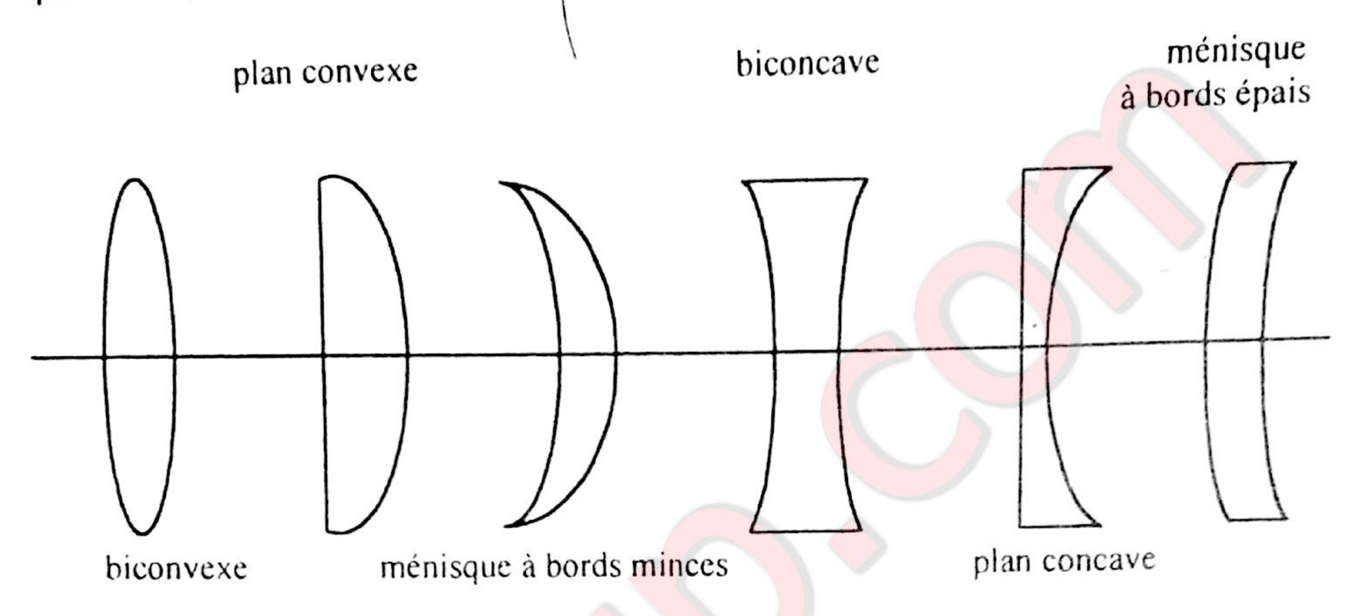
La figure ci-dessous met en évidence les deux calottes sphériques qui délimitent le milieu transparent ; celui-ci est presque toujours formé de verre (indice de réfraction n) et la lentille est baignée sur ses deux faces par l'air (ou le vide).



2. Axe principal d'une lentille

La droite C_1C_2 qui passe par les centres des deux sphères (l'un d'eux pouvant être rejeté à l'infini) est axe de symétrie pour le système optique ; on l'appelle axe principal de la lentille.

Selon la disposition géométrique des surfaces sphériques, on obtient les formes qui sont représentées en coupe à la figure ci-dessous.



3. Lentille mince

On dit qu'une lentille est mince si son épaisseur sur l'axe $S_1S_2 = e$ est petite ; en fait, il faut que e soit nettement inférieure aux rayons des deux sphères ainsi qu'à leur différence : $e \ll R_1$, $e \ll R_2$ et $e \ll |R_1 - R_2|$

Les sommets S_1 et S_2 sont alors pratiquement confondus ; le point correspondant porte le nom de centre optique de la lentille.

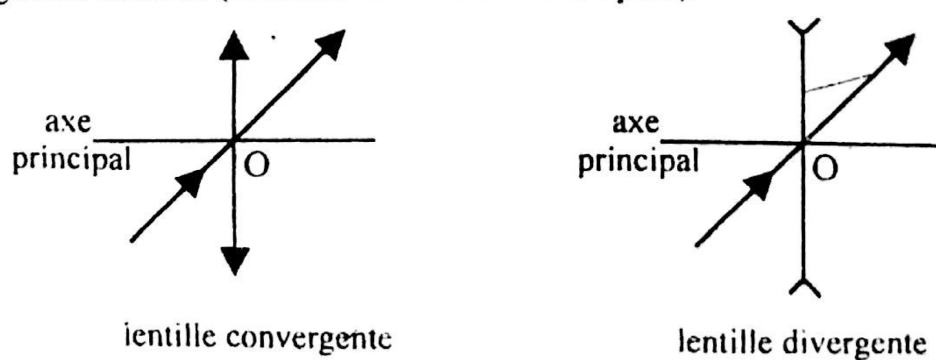
4. Centre optique d'une lentille mince

Le centre optique d'une lentille mince est le point où l'axe principal traverse la lentille. On le note toujours O.

Tout rayon qui frappe la lentille à son centre optique la traverse sans déviation.

5. Représentation symbolique des lentilles

La figure suivante montre les représentations symboliques des lentilles convergentes minces (lentilles minces à bords minces) et des lentilles divergentes minces (lentilles minces à bords épais).



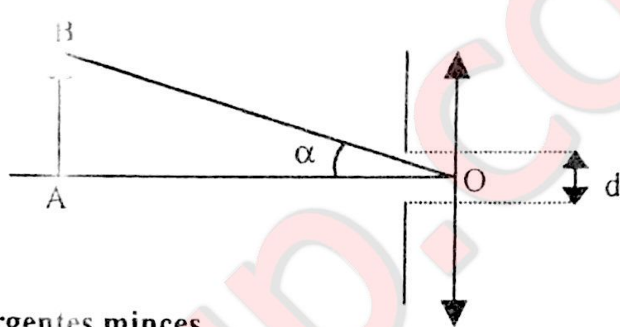
6. Conditions d'obtention d'images nettes : conditions de Gauss

On peut montrer expérimentalement qu'une lentille convergente mince, de centre optique O, donne d'un objet AB une bonne image seulement si deux conditions sont réalisées :

l'objet est petit et situé au voisinage de l'axe principal. En pratique, cela signifie que l'objet AB est vu du centre optique sous un angle α inférieur à 10°,

la lentille est diaphragmée : il faut que le diamètre d'ouverture d de la lentille soit petit. On dit alors que la lentille est utilisée dans les conditions de Gauss ou qu'on a réalisé un stigmatisme approché.

Dans la suite, on supposera toujours les conditions de Gauss réalisées et on ne considérera que des objets perpendiculaires à l'axe principal (on dit aussi qu'ils sont situés dans un plan de front); c'est le cas de l'objet AB de la figure ci-dessous. Son image est alors perpendiculaire, elle aussi, à l'axe principal.



IV. Lentilles convergentes minces

1. Définition

Ce sont les lentilles à bords minces. On distingue :

- la lentille biconvexe,
- la lentille plan convexe,
- la lentille ménisque convergent.

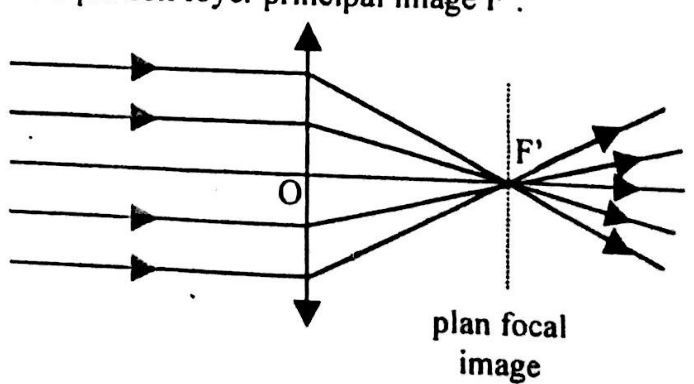
2. Foyers et distances focales

a. Le foyer principal image

Envoyons, sur une lentille convergente mince, plusieurs rayons parallèles à l'axe principal; nous constatons qu'après traversée de la lentille, ils convergent en un point de l'axe principal.

Ce point de l'axe principal, où viennent passer tous les rayons incidents parallèles à l'axe principal, s'appelle le foyer principal image, et on le note toujours F'.

Tout rayon incident parallèle à l'axe principal d'une lentille convergente en émerge en passant par son foyer principal image F'.



Remarque

Puisque, après traversée de la lentille convergente, les rayons passent effectivement par F', on dit que ce foyer principal image est réel.

Le plan perpendiculaire à l'axe principal en F' porte le nom de plan focal image.

Adoptons un sens positif sur l'axe principal ; nous choisirons toujours le sens de propagation de la lumière.

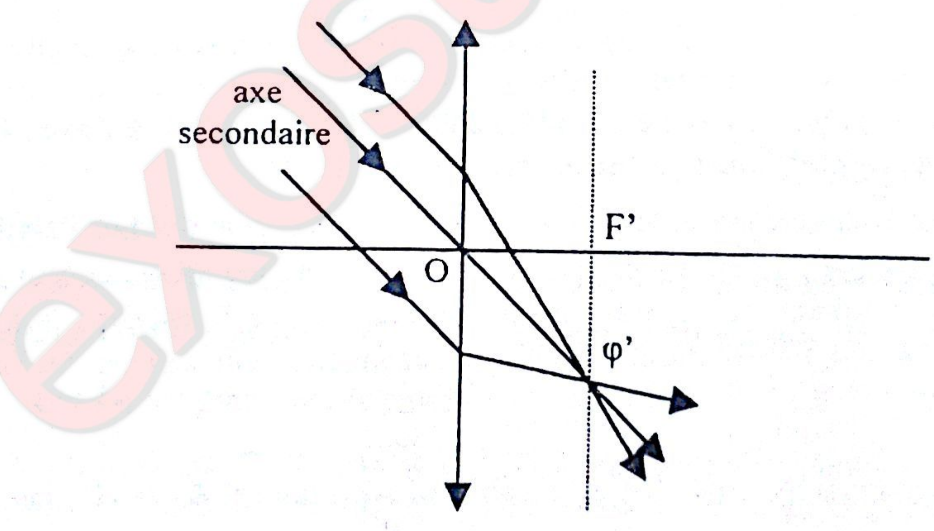
On caractérise la position de F' ou du plan focal image par la mesure algébrique du segment OF' à laquelle on donne le nom de distance focale image.

b. Les foyers secondaires image

Envoyons maintenant sur la lentille des rayons parallèles, mais qui ne sont plus parallèles à l'axe principal. On constate qu'après traversée de la lentille convergente, ils viennent converger en un point de son plan focal image, que l'on nomme foyer secondaire image, et qu'on notera φ'.

Pour déterminer la position de φ', il suffit de considérer le rayon parallèle aux précédents et qui passe par le centre optique O : il n'est pas dévié et φ' s'obtient en prenant l'intersection du plan focal image et de ce rayon auquel on donne le nom d'axe secondaire.

C'est l'axe secondaire qui permet de déterminer le foyer secondaire image φ', c'est-à-dire le point où converge un faisceau cylindrique non parallèle à l'axe principal.



c. Foyer principal objet

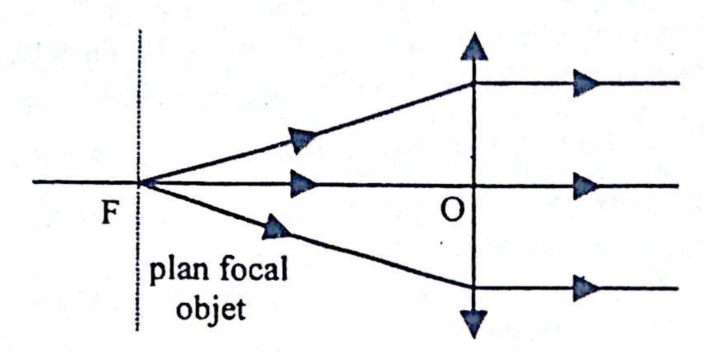
On dispose d'une source de lumière quasi ponctuelle que l'on déplace sur l'axe principal de la lentille, devant elle. Il existe une position de cette source telle que le faisceau divergent qu'elle envoie sur la lentille est transformé en un faisceau cylindrique parallèle à l'axe principal.

Le point de l'axe qui est l'origine du faisceau divergent transformé en faisceau cylindrique parallèle à l'axe, est le foyer principal objet, on le note toujours F.

Tout rayon incident passant par le foyer principal objet F d'une lentille convergente en émerge parallèlement à l'axe principal.

On conserve le même sens positif : celui de la propagation de la lumière. La position de F est déterminée par la mesure algébrique du segment OF qui porte le nom de distance focal objet.

Le plan perpendiculaire à l'axe principal en F est le plan focal objet.



Remarque

On dit que le foyer principal objet F d'une lentille convergente est réel, car les rayons lumineux qui vont sur la lentille passent effectivement par F.

d. F et F' sont symétriques par rapport à O

On montre expérimentalement que F et F' se situent à égale distance de O. Les deux distances focales sont donc égales en valeur absolue, mais de signes opposés : $\overline{OF} = - \overline{OF'}$.

En fait, on n'utilisera, dans les calculs, que l'une des deux : la distance focale image $\overline{OF'}$ et on a ici $\overline{OF'} > 0$.

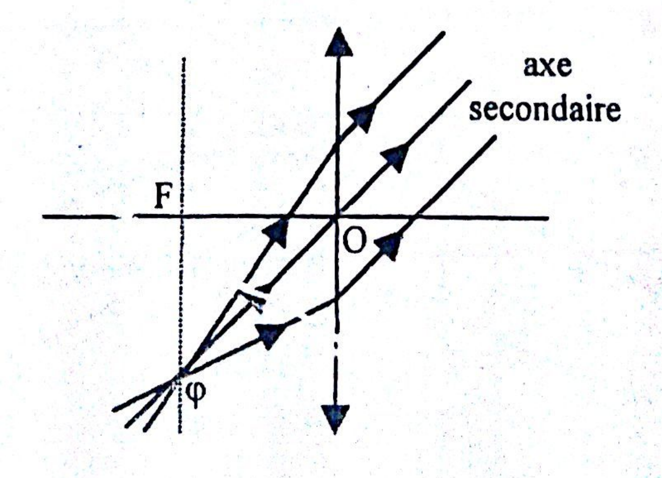
La distance focale image $\overline{OF'}$ d'une lentille convergente est positive.

e. Foyers secondaires objet

Par rapport à la disposition de la figure précédente, déplaçons verticalement l'objet lumineux ponctuel : on obtient alors la figure ci-dessous où l'objet ponctuel se trouve au point φ du plan focal objet. Le faisceau, après traversée de la lentille, est cylindrique, mais il n'est pas parallèle à l'axe principal.

Puisque le rayon φO n'est pas dévié par la lentille, la direction du faisceau émergent est celle de l'axe secondaire obtenu en joignant φ et O.

C'est l'axe secondaire qui permet de déterminer la direction d'un faisceau issu d'un foyer secondaire objet φ.



3. Image d'un objet dans une lentille convergente mince

L'objet est toujours noté AB, A étant sur l'axe principal ; il se situe dans un plan de front. Son image A'B' se trouve également dans un plan de front.

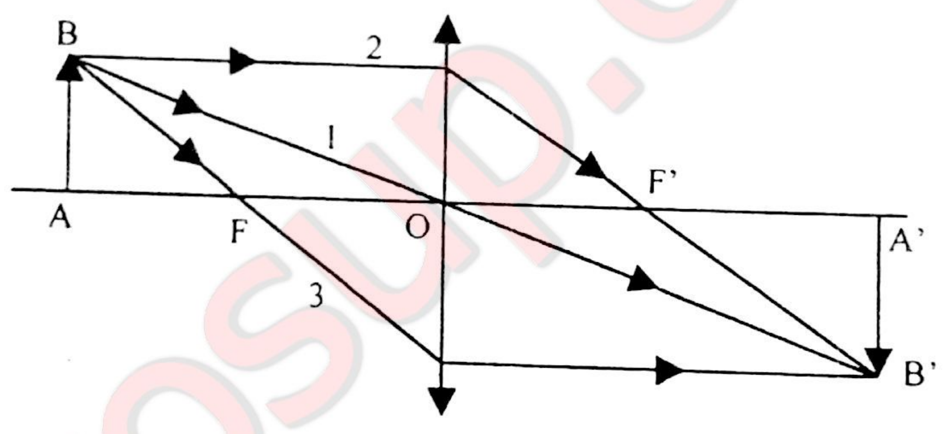
La méthode est générale : on recherche l'image de B en considérant deux (ou trois) rayons particuliers issus de B. L'image B' de B est l'intersection, après traversée de la lentille, des rayons qui proviennent de B.

a. Image d'un objet réel situé en avant de F

La construction est faite à la figure suivante. On a tracé :

- le rayon 1 qui passe par B et O, il n'est pas dévié,
- le rayon 2 qui passe par B et qui est parallèle à l'axe principal, émerge en passant par le foyer image F',
- le rayon 3 qui passe par B et le foyer objet F, émerge parallèlement à l'axe principal.

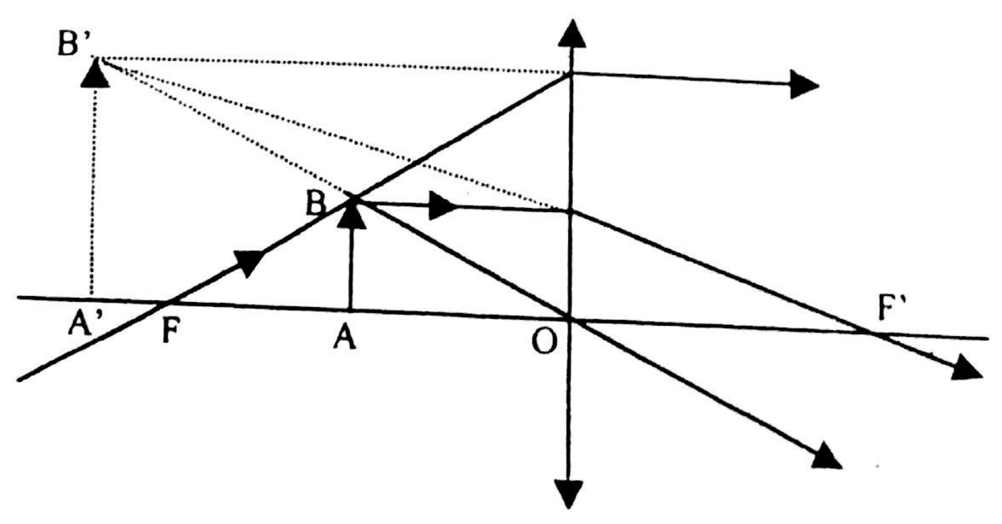
Après traversée de la lentille, les trois rayons se coupent en B' image de B. L'image A' de A est la projection orthogonale de B' sur l'axe principal. A'B', image réelle de AB, peut être obtenue sur un écran.



b. Image d'un objet réel situé entre O et F

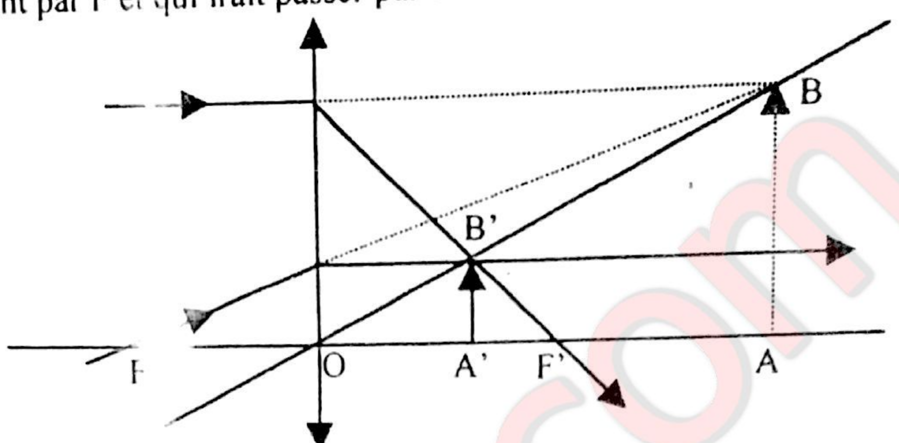
Sur cette figure, on utilise la même méthode que précédemment et les mêmes rayons particuliers. On constate alors que les trois rayons émergents ne se coupent pas, ce sont leurs prolongements (dessinés en pointillés) qui se coupent en B' : image virtuelle de B.

L'image A'B' de AB est virtuelle, elle est dessinée en pointillés. De plus, A'B' est plus grande que AB, cette lentille fonctionne en loupe.



c. Image d'un objet virtuel

L'objet AB est maintenant « derrière » la lentille, cela signifie que ce sont les prolongements des rayons 2 et 3 qui passent par B. On peut dire aussi que l'on considère le rayon 2 parallèle à l'axe principal qui irait passer par B et le rayon 3 passant par F et qui irait passer par B.



Remarque

Pour obtenir l'objet virtuel AB, il faut utiliser une lentille annexe. On forme l'image réelle AB d'un objet A_0B_0 et on interpose sur le trajet, avant AB, la lentille qui nous intéresse.

d. Image d'un objet à l'infini

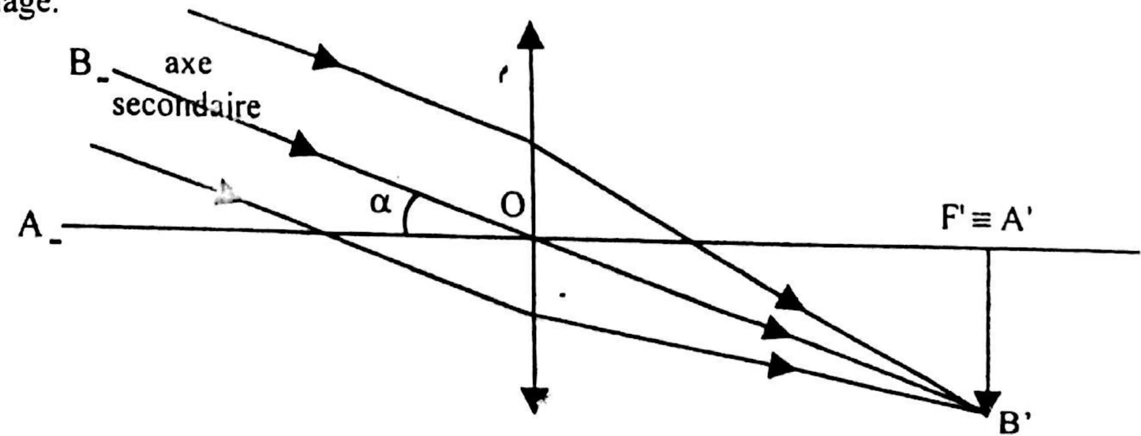
On peut considérer que chaque point de l'objet AB très éloigné envoie sur la lentille un faisceau cylindrique. Si A est dans la direction de l'axe principal, le faisceau reçu par la lentille en provenance de A est parallèle à l'axe principal et converge en F'. L'image A' de A coïncide avec F'.

Le point B envoie sur la lentille un faisceau cylindrique qui fait l'angle α avec l'axe principal ; on dit que l'objet AB est vu du centre optique O sous l'angle α ou que son diamètre apparent est α. L'image B' de B est dans le plan focal image, à son intersection avec l'axe secondaire. On calcule facilement sa grandeur :

dans le triangle rectangle OA'B' : $\tan\alpha = \dfrac{\overline{B'A'}}{\overline{OF'}}$ d'où : $\overline{B'A'} = \overline{OF'}.\tan\alpha$

Le plus souvent α est un petit angle et $\tan\alpha = \alpha$ et donc $\overline{B'A'} = \overline{OF'}.\alpha$ (rad)

L'image d'un objet situé à l'infini devant la lentille est dans le plan focal image.



v. Lentilles divergentes minces

1. Définition

Ce sont les lentilles minces à bords épais. On distingue :

- la lentille biconcave,
- la lentille plan concave,
- la lentille ménisque divergent.

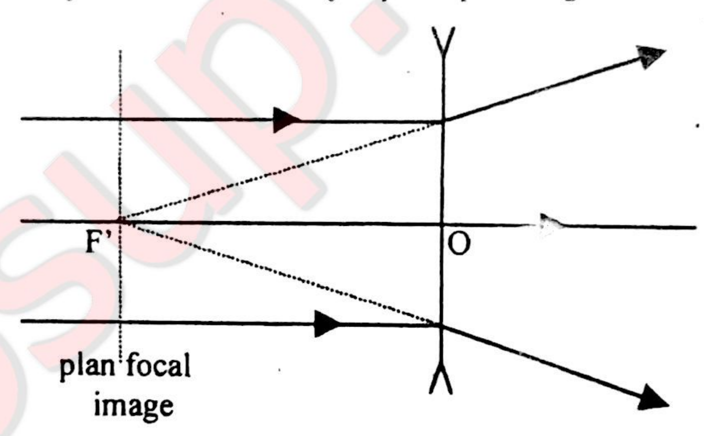
2. Foyers principal et secondaires image

a. Le foyer principal image

On envoie, sur la lentille, des rayons lumineux parallèles à l'axe principal. On constate qu'ils émergent de la lentille comme s'ils provenaient d'un point de l'axe principal situé devant la lentille.

Cette fois, ce sont les prolongements des rayons qui passent par le point F' de l'axe ; le foyer principal image F' est virtuel pour une lentille divergente.

Tout rayon incident parallèle à l'axe principal d'une lentille divergente en émerge comme s'il provenait de son foyer principal image F'.



Le plan focal image est également virtuel et la distance focale image $\overline{OF'}$ apparaît maintenant négative. Pour une lentille divergente $\overline{OF'}$ est négative.

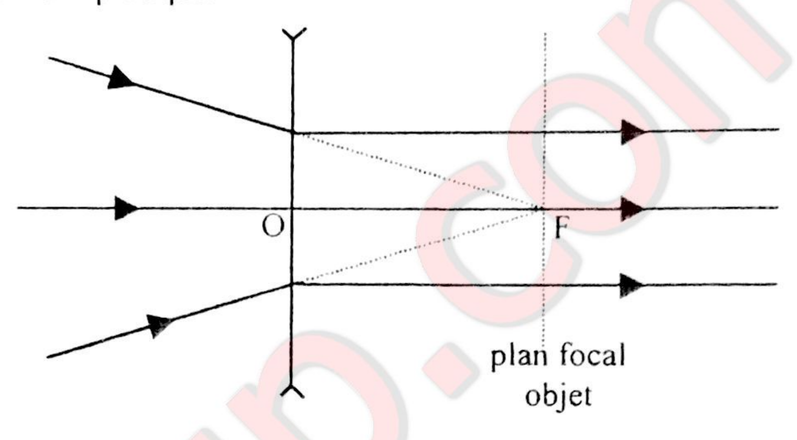
b. Les foyers secondaires image

On fait maintenant arriver sur la lentille un faisceau cylindrique non parallèle à l'axe principal. Il émerge en un faisceau qui diverge à partir de φ', foyer secondaire image. Comme pour les lentilles convergentes, ce point est l'intersection du plan focal image et de l'axe secondaire (correspondant à ce faisceau).

c. Le foyer principal objet

On envoie sur la lentille divergente un faisceau qui irait converger en un point de l'axe principal (en l'absence de la lentille). On montre qu'il existe un point particulier pour lequel le faisceau émerge en un faisceau cylindrique parallèle à l'axe principal.

Le point F est le foyer principal objet et il est virtuel puisque ce sont les prolongements des rayons qui convergent en F. De même le plan focal objet est virtuel. La distance focale objet $\overline{OF}$ prend ici une valeur positive mais on ne l'utilise pas dans la pratique.



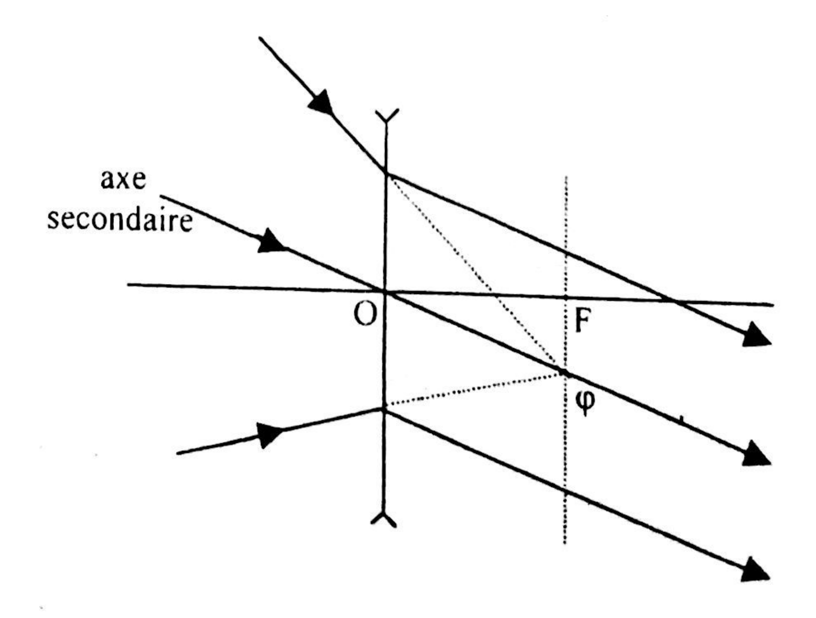
d. F et F' sont symétriques par rapport à O

Les deux foyers principaux F et F' sont symétriques par rapport au centre optique O et ils sont tous deux virtuels.

Comme pour les lentilles convergentes, les deux distances focales sont de signes opposés mais égales en valeur absolue ($\overline{OF'} = - \overline{OF}$). Seule la distance focale image $\overline{OF'}$ interviendra dans les calculs.

e. Les foyers secondaires objet

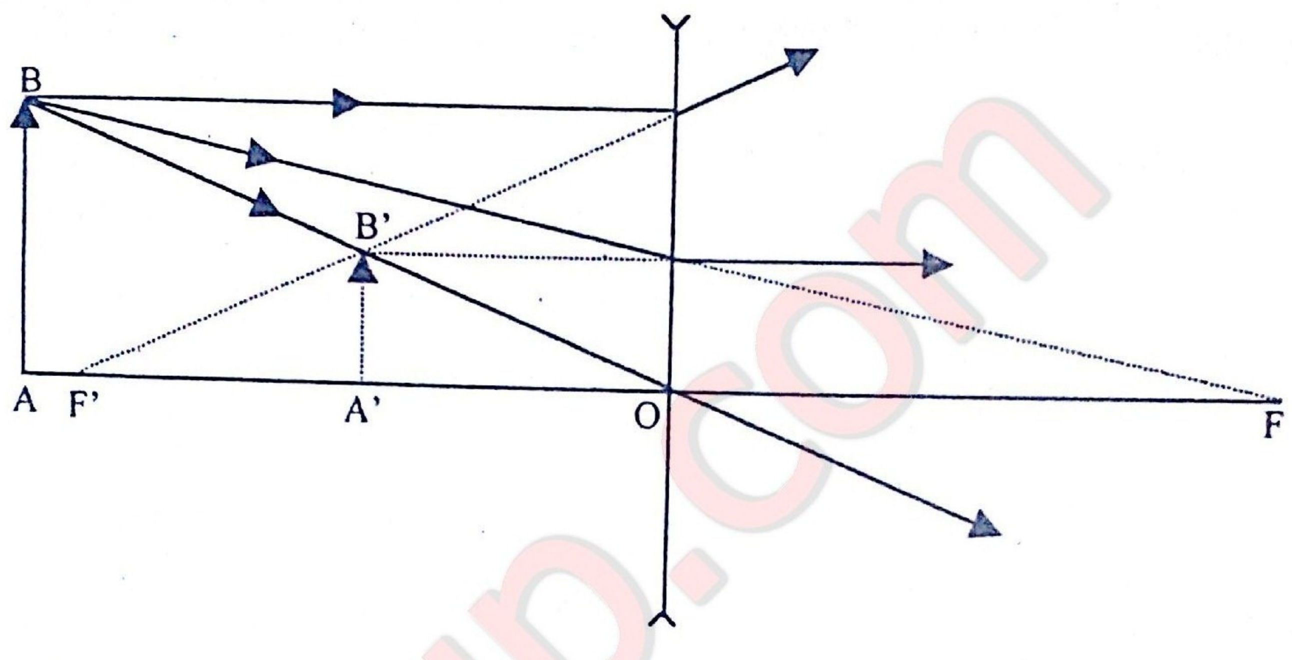
On considère un faisceau qui irait converger au point φ du plan focal objet, il émerge de la lentille en un faisceau cylindrique parallèle à l'axe secondaire : φ est un foyer secondaire objet.



3. Image d'un objet dans une lentille divergente mince

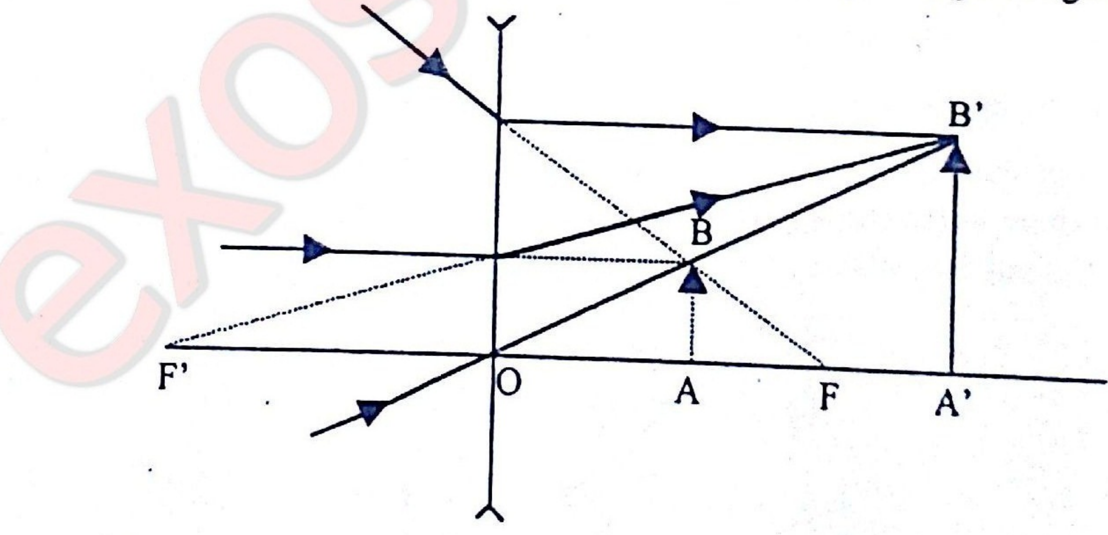
a. Cas d'un objet réel

L'objet AB est devant la lentille, celle-ci en donne une image virtuelle. Il n'est pas possible de former l'image sur un écran, mais l'œil a l'impression que les rayons issus de B (par exemple) proviennent de B' et il voit le point B'. Ce sont les prolongements des rayons qui passent par B' : l'image A'B' est donc virtuelle.



b. Cas d'un objet virtuel situé entre O et F

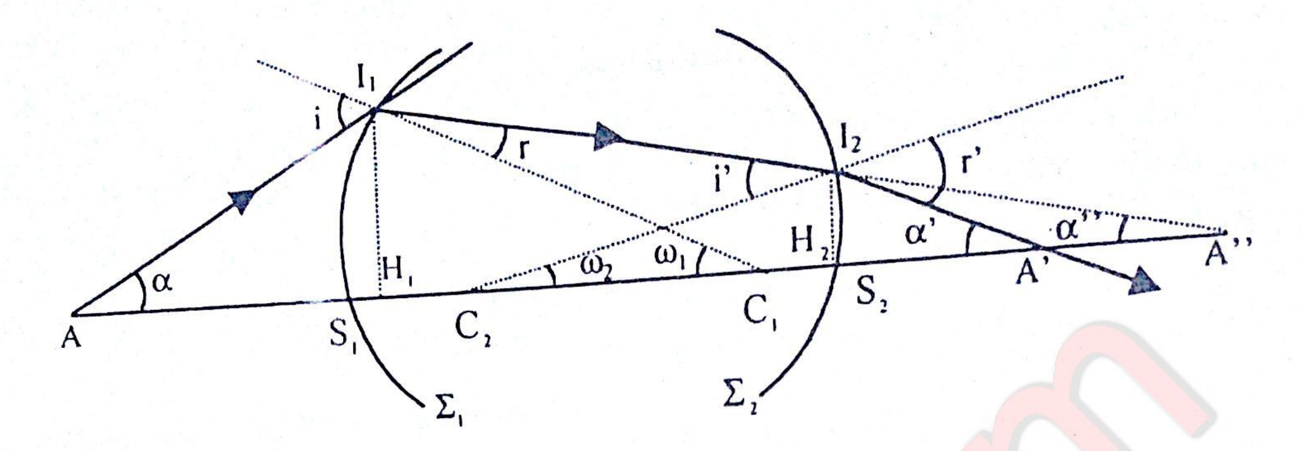
L'objet virtuel AB s'obtient grâce à une lentille convergente annexe qui n'a pas été dessinée. L'image A'B' est réelle, de même sens que l'objet et agrandie.



VI. Formule des lentilles

1. Formule de Descartes

La lentille est constituée par un milieu d'indice n_2 situé dans un milieu d'indice n_1 et limité par deux dioptres Σ_1 et Σ_2 dont les sommets S_1 et S_2 sont considérés comme confondus ($S_1 \equiv S_2 \equiv O$, la lentille est mince). C_1 (respectivement C_2) est le centre de courbure de Σ_1 (respectivement de Σ_2).



Déterminons à l'aide du dioptre Σ_1 l'image A'' de A. Pour cela, choisissons comme sens positif, le sens de propagation de la lumière et de H_1 vers I_1, et comme origine le sommet S_1 du dioptre Σ_1.

Dans le triangle I_1H_1A'' : $\tan\alpha'' = \dfrac{\overline{H_1I_1}}{\overline{H_1A''}}$

dans le triangle $I_1H_1C_1$: $\tan\omega_1 = \dfrac{\overline{H_1I_1}}{\overline{H_1C_1}}$

dans le triangle I_1H_1A : $\tan\alpha = \dfrac{\overline{H_1I_1}}{\overline{AH_1}}$

On se place dans le cas où l'approximation de Gauss est vérifiée (rayons lumineux très voisins de l'axe et peu inclinés sur lui). Dans ce cas :

- on confondra S_1 et H_1 et on admettra que $\overline{H_1C_1} = \overline{S_1C_1}$
- les angles ω_1, α et α'' sont petits et on écrit :

$$\tan\omega_1 = \omega_1 = \frac{\overline{S_1I_1}}{\overline{S_1C_1}},\ \tan\alpha'' = \alpha'' = \frac{\overline{S_1I_1}}{\overline{S_1A''}} \text{ et } \tan\alpha = \alpha = \frac{\overline{S_1I_1}}{\overline{AS_1}}$$

- les angles i et r étant très petits, on écrira, à partir de $n_1 \sin i = n_2 \sin r$,
  $n_1 i = n_2 r$

On a aussi, d'après la figure : $\omega_1 = \alpha'' + r = -\alpha + i$

il en résulte que : $n_1(\omega_1 + \alpha) = n_2(\omega_1 - \alpha'')$ et donc : $(n_2 - n_1)\omega_1 = n_1\alpha + n_2\alpha''$

$$\text{d'où : } (n_2 - n_1)\frac{\overline{S_1I_1}}{\overline{S_1C_1}} = n_1\frac{\overline{S_1I_1}}{\overline{AS_1}} + n_2\frac{\overline{S_1I_1}}{\overline{S_1A''}}$$

En simplifiant, à droite et à gauche de cette égalité, par $\overline{S_1I_1}$, il vient finalement : $\dfrac{n_2 - n_1}{\overline{S_1C_1}} = \dfrac{n_1}{\overline{AS_1}} + \dfrac{n_2}{\overline{S_1A''}}$

Déterminons à l'aide du dioptre Σ_2 l'image A' de A''. Pour cela, choisissons comme sens positif, le sens de propagation de la lumière et de H_2 vers I_2, et comme origine le sommet S_2 du dioptre Σ_2.

Dans le triangle I_2H_2A' : $\tan \alpha' = \dfrac{\overline{H_2I_2}}{\overline{H_2A'}}$

dans le triangle $I_2H_2C_2$: $\tan \omega_2 = \dfrac{\overline{H_2I_2}}{\overline{C_2H_2}}$

dans le triangle I_2H_2A'' : $\tan \alpha'' = \dfrac{\overline{H_2I_2}}{\overline{H_2A''}}$

On se place dans le cas où l'approximation de Gauss est vérifiée (rayons lumineux très voisins de l'axe et peu inclinés sur lui). Dans ce cas :

- on confondra S_2 et H_2 et on admettra que $\overline{C_2H_2} = \overline{C_2S_2}$.
- les angles ω_2, α'' et α' sont petits et on écrit :

  $\tan \omega_2 = \omega_2 = \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{C_2S_2}}$, $\tan \alpha'' = \alpha'' = \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{S_2A''}}$ et $\tan \alpha' = \alpha' = \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{S_2A'}}$
- les angles i' et r' étant petits, on écrit, à partir de $n_2 \sin i' = n_1 \sin r'$:

  $n_2\, i' = n_1\, r'$

On a aussi, d'après la figure : $\omega_2 = -\alpha' + r' = -\alpha'' + i'$

il en résulte que : $n_1(\omega_2 + \alpha') = n_2(\omega_2 + \alpha'')$ et donc :

$(n_2 - n_1)\,\omega_2 = n_1\,\alpha' - n_2\,\alpha''$

d'où : $(n_2 - n_1)\dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{C_2H_2}} = n_1 \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{S_2A'}} - n_2 \dfrac{\overline{S_2I_2}}{\overline{S_2A''}}$

En simplifiant, à droite et à gauche de cette égalité, par $\overline{S_2I_2}$, il vient finalement : $\dfrac{n_2 - n_1}{\overline{C_2S_2}} = \dfrac{n_1}{\overline{S_2A'}} - \dfrac{n_2}{\overline{S_2A''}}$

Comme $S_1 \equiv S_2 \equiv O$, il vient, à partir des deux équations obtenues à l'aide des dioptres Σ_1 et Σ_2 : $\dfrac{1}{\overline{OA'}} + \dfrac{1}{\overline{AO}} = \left[\dfrac{n_2}{n_1} - 1\right]\left[\dfrac{1}{\overline{OC_1}} + \dfrac{1}{\overline{C_2O}}\right]$

Cette formule est générale et s'applique à tous les cas de figure quel que soit le type de lentille considérée.

- Lentille biconvexe ou convergente : $R_1 = \overline{OC_1} > 0$, $R_2 = \overline{OC_2} < 0$
- Lentille biconcave ou divergente : $R_1 = \overline{OC_1} < 0$, $R_2 = \overline{OC_2} > 0$

2. Foyer image et vergence d'une lentille

a. Foyer image

Si l'objet A est à l'infini, l'image A' se trouve au foyer image F', la formule précédente s'écrit alors : $\frac{1}{\overline{OF'}} = \left[\frac{n_2}{n_1} - 1\right]\left[\frac{1}{\overline{OC_1}} + \frac{1}{\overline{C_2O}}\right]$ d'où : $\frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{AO}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$

- Lentille biconvexe ou convergente : $\overline{OF'} > 0$, dans ce cas les foyers sont réels.
- Lentille biconcave ou divergente : $\overline{OF'} < 0$, dans ce cas les foyers sont virtuels.

b. Vergence

On appelle vergence, notée C, ou puissance intrinsèque d'une lentille l'inverse de sa distance focale image $\overline{OF'}$ et on pose : $C = \frac{1}{\overline{OF'}}$ où O est le centre optique de la lentille et F' son foyer image.

La vergence traduit l'importance de la déviation du faisceau (et donc de sa convergence ou de sa divergence) par le dioptre. Elle est homogène à l'inverse d'une longueur et se mesure en dioptrie de symbole δ.

La vergence est positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente.

c. Vergence de deux lentilles accolées

Considérons deux lentilles L_1 et L_2 de distances focales image $\overline{OF_1'}$ et $\overline{OF_2'}$, accolées de manière que leurs axes principaux coïncident. Les lentilles étant minces, les centres optiques O_1 et O_2 sont très voisins et peuvent être considérés comme confondus ($O_1 \equiv O_2 \equiv O$).

Dans la première lentille, on écrira : $\frac{1}{\overline{OA''}} + \frac{1}{\overline{AO}} = \frac{1}{\overline{OF_1'}}$

et dans la seconde : $\frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{A''O}} = \frac{1}{\overline{OF_2'}}$

En éliminant $\frac{1}{\overline{OA''}}$, on trouve : $\frac{1}{\overline{OA'}} + \frac{1}{\overline{AO}} = \frac{1}{\overline{OF_1'}} + \frac{1}{\overline{OF_2'}}$

L'ensemble des deux lentilles est donc équivalent à une lentille unique de distance focale image : $\frac{1}{\overline{OF'}} = \frac{1}{\overline{OF_1'}} + \frac{1}{\overline{OF_2'}}$

Soit en vergences : $C = C_1 + C_2$

Cette relation est valable algébriquement à condition de considérer la convergence comme positive dans le cas d'une lentille convergente et négative dans celui d'une lentille divergente.

Remarque

- On montre que si les lentilles ne sont pas accolées, la relation précédente s'écrit : $C = C_1 + C_2 - \overline{O_1O_2}\, C_1 C_2$
- On montre aussi que, si le milieu intermédiaire a pour indice N et les lentilles ne sont pas accolées, on a : $C = C_1 + C_2 - \dfrac{\overline{O_1O_2}}{N} C_1 C_2$ c'est la formule de Gullstrand.

3. Grandissement : formule de Newton

La lentille est constituée par deux dioptres Σ_1 et Σ_2, dont les grandissements respectifs sont : $\gamma_1 = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \dfrac{n_1}{n_2} \dfrac{\overline{OA''}}{\overline{OA}}$ et $\gamma_2 = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A''B''}} = \dfrac{n_2}{n_1} \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA''}}$ (voir paragraphe II.3).

Le grandissement de la lentille est par donné par : $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

En effet, $\gamma = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{A'B'}}{\overline{A''B''}} \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \gamma_1 \gamma_2 = \dfrac{n_1}{n_2} \dfrac{\overline{OA''}}{\overline{OA}} \cdot \dfrac{n_2}{n_1} \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA''}} = \dfrac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

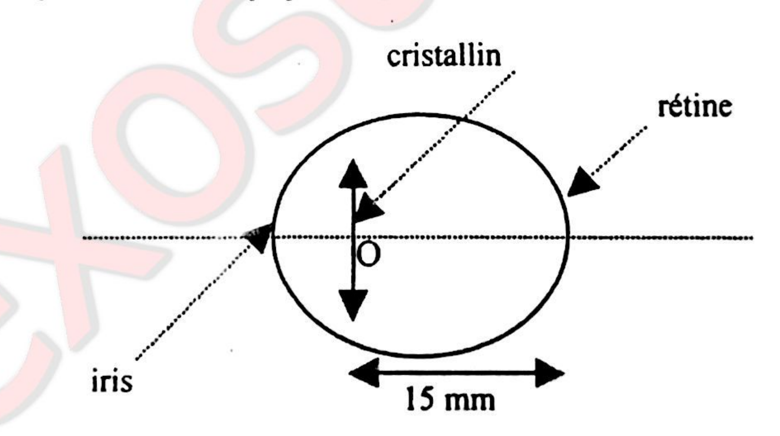
NOTIONS D'OPTIQUE INSTRUMENTALE

I. Œil réduit et limites d'accommodation

1. Œil réduit

L'œil réduit peut être assimilé au système optique suivant :

- une lentille convergente de centre optique O dont l'élément essentiel est le cristallin, dont la distance focale est variable et dont l'axe principal est sensiblement confondu avec l'axe visuel,
- un écran sensible, la rétine (partie utile), placé pour un œil normal au repos dans le plan focal image de la lentille ci-dessus et à 15 mm de son centre optique,
- un diaphragme (iris) dont le diamètre s'adapte pour ne laisser passer ni trop peu, ni trop de lumière (le diamètre change avec l'intensité de la lumière); le trou correspondant est la pupille.



2. Punctum Remotum, Punctum Proximum et acuité visuelle

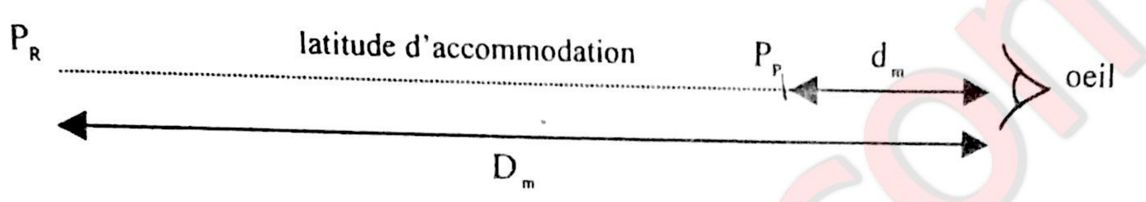
Un objet est vu nettement par l'œil normal quand son image se fait exactement sur la rétine. L'œil normal au repos a son foyer image, F', sur la rétine, il voit donc nettement les objets à l'infini (en réalité quelques centaines de mètres ou quelques kilomètres).

Le point le plus éloigné que puisse voir l'œil normal sans accommoder est donc placé à l'infini.

Le point nettement visible, le plus éloigné, qui correspond à une accommodation nulle est le punctum Remotum, noté P_R , correspondant à D_m, distance de l'image à l'œil.

Lorsque l'objet se rapproche, l'œil ne le voit plus nettement et il est obligé d'accommoder c'est-à-dire que les muscles modifient la courbure du cristallin (on dit aussi qu'il modifie sa vergence) de telle sorte que l'image se forme toujours sur la rétine. Le foyer image, F', se déplace vers le cristallin. L'œil normal atteint sa limite d'accommodation (sa vergence est maximale) lorsque l'objet se trouve à la distance de 25 cm du cristallin.

Le point nettement visible, le plus rapproché, qui correspond au maximum d'accommodation est le punctum Proximum, noté P_P, correspondant à d_m, distance de l'image à l'œil.



Un œil normal voit donc nettement tous les objets situés entre l'infini et la distance minimale de vision distincte $d_m = 25$ cm.

L'acuité visuelle, ou pouvoir séparateur de l'œil, est la distance angulaire des deux points les plus rapprochés que l'œil puisse distinguer. Pour un œil normal, dans de bonnes conditions d'éclairage, l'acuité visuelle α_m est de l'ordre de 1 minute soit 3.10^{-4} radian. La plus petite distance séparable par l'œil normal sera donc : $\delta = 3.10^{-4}\ d_m = 3.10^{-4} \times 250 = 7{,}5.10^{-2}$ mm

II. Anomalies de la vision : myopie, astigmatisme, hypermétropie et presbytie

1. Myopie

Un œil myope ne distingue pas les objets éloignés car sa vergence est trop forte, l'image d'un objet situé à l'infini se forme avant la rétine et n'est donc pas nette.

Un myope a l'œil trop profond. La distance entre le cristallin et la rétine est supérieure à 15 mm. On corrige la myopie à l'aide de verres divergents assimilés à des lentilles minces. Un objet A à l'infini est vu par l'œil équipé de lunettes si son image A' dans le verre correcteur est « amené » au punctum Remotum de l'œil. Ainsi, l'image d'un objet à l'infini sera situé au punctum Remotum de l'œil myope qui en donne une image sur la rétine.

2. Astigmatisme

L'astigmatisme est dû à la courbure de la cornée qui n'est pas la même dans toutes les directions par rapport à l'axe optique. Dans ce cas un faisceau de rayons ne sera pas focalisé en un seul point, mais sera focalisé en plusieurs points. L'astigmatisme est corrigé à l'aide de lentilles cylindriques.

3. Hypermétropie

Dans le cas de l'hypermétropie, l'œil n'est pas assez convergent, il a une vergence petite. Pour un œil hypermétrope, l'image d'un objet à l'infini se forme en arrière de la rétine de l'œil au repos. Le punctum Remotum est virtuel et le punctum Proximum est éloigné.

On corrige l'hypermétropie en utilisant une lentille convergente qui donne du point à l'infini une image au punctum Remotum de l'œil qui en donne une image sur la rétine.

4. Presbytie

La presbytie est une fatigue des muscles d'accommodation ou un manque de souplesse du cristallin. Cette anomalie apparaît avec l'âge. L'œil accommode mal, il ne peut voir les objets rapprochés, et sa distance minimale de vision distincte augmente.

On corrige ce défaut, ce manque de convergence du cristallin, en utilisant des verres convergents.

III. Caractéristiques des instruments d'optique

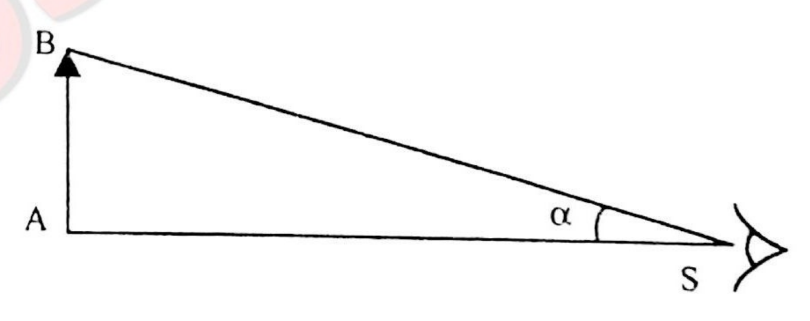
1. Diamètre apparent

a. Diamètre apparent d'un objet AB observé directement

Le diamètre apparent α d'un objet AB observé directement, pour un observateur dont l'œil serait placé en un point S, est l'angle (exprimé en radian) formé par deux rayons arrivant des deux points extrêmes A et B de l'objet sur l'œil de l'observateur : $\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}}$

En effet, dans le triangle ABS, on a : $\tan \alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}}$. Comme α est petit, il vient :

$\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}}$

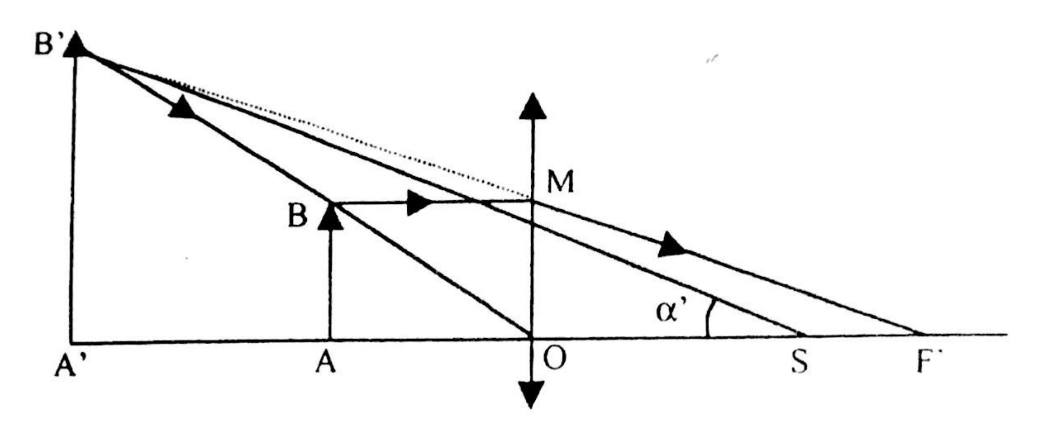


b. Diamètre apparent d'un objet AB observé à travers un instrument d'optique

Le diamètre apparent α' d'un objet AB observé à travers un instrument optique, pour un observateur dont l'œil serait placé en un point S, est l'angle (exprimé en radian) formé par deux rayons arrivant des deux points extrêmes A' et B' de l'image A'B' sur l'œil de l'observateur : $\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}}$

Dans le triangle A'B'S, on a : $\tan \alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}}$. Comme α' est petit, il vient :

$\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}}$



2. Puissance d'un instrument d'optique

On définit la puissance d'un instrument d'optique par le rapport de l'angle α' sous lequel on voit un objet à travers l'instrument à la longueur AB de l'objet :

$$P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$$

α' est en radian, $\overline{AB}$ en mètre et P en dioptrie.

Remarque

Comme $\alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}}$ et le grandissement $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$,

il vient : $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'S}} \cdot \frac{1}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} \cdot \frac{1}{\overline{A'S}} = \frac{\gamma}{\overline{A'S}}$ et donc : $\gamma = P . \overline{A'S}$

3. Grossissement d'un instrument d'optique

Le grossissement G d'un instrument d'optique est le rapport du diamètre apparent α' de l'objet observé à travers l'instrument d'optique au diamètre apparent α de l'objet observé directement : $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$

Remarque

- Comme $P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}}$ et $\alpha = \frac{\overline{AB}}{\overline{AS}}$, on a : $G = \frac{P\,\overline{AB}}{\alpha} = P\,\overline{AB}\,\frac{\overline{AS}}{\overline{AB}} = P . \overline{AS}$
- Si $\overline{AS} = 25$ cm, on définit le grossissement commercial : $G_c = \frac{P}{4}$

4. Pouvoir séparateur d'un instrument d'optique

Le pouvoir séparateur d'un instrument d'optique est la distance des deux points les plus rapprochés que l'on puisse distinguer séparément l'un de l'autre à l'aide de l'instrument.

5. Latitude de mise au point

Soit A'B' l'image d'un objet AB ; cette dernière peut être placée entre deux limites :

- P_R qui est le punctum Remotum de l'œil et défini par D_m, distance de l'image à l'œil,
- P_P qui est le punctum Proximum de l'œil et défini par d_m, distance de l'image à l'œil.

L'expérience montre que la quantité $A = \frac{1}{d_m} - \frac{1}{D_m}$ appelée amplitude d'accommodation ou amplitude dioptrique de l'œil, possède à peu près la même valeur pour des yeux normaux, myopes ou hypermétropes. Par contre, elle décroît avec l'âge (presbytie).

Il s'ensuit que l'objet AB peut être déplacé entre deux limites :

- p_R, défini par la distance Δ_m et correspondant à l'image au punctum Remotum,
- p_P, défini par la distance δ_m et correspondant à l'image au punctum Proximum.

La distance $L = \Delta_m - \delta_m$ représente la latitude de mise au point ou profondeur de champ.

Si on suppose que :

- l'œil est placé en un point S de l'axe de l'instrument d'optique dont le centre optique est O et le foyer image F',
- $\Delta_m = \overline{A_1S}$ et $\delta_m = \overline{A_2S}$,
- $D_m = \overline{A'_1S}$ et $d_m = \overline{A'_2S}$.

où A'_1 (respectivement A'_2) est l'image de A_1 (respectivement de A_2)

L'amplitude d'accommodation s'écrit : $A = \frac{1}{d_m} - \frac{1}{D_m} = \frac{1}{\overline{A'_2S}} - \frac{1}{\overline{A'_1S}}$

et la latitude de mise au point $L = \Delta_m - \delta_m = \overline{A_1S} - \overline{A_2S} = \overline{A_1A_2}$

Comme $\overline{A_1O} = \frac{\overline{OF'}.\overline{OA'_1}}{\overline{OA'_1} - \overline{OF'}}$ et $\overline{A_2O} = \frac{\overline{OF'}.\overline{OA'_2}}{\overline{OA'_2} - \overline{OF'}}$.

il vient : $L = \overline{A_1A_2} = \overline{A_1O} + \overline{OA_2} = \overline{OF'}\left[\frac{\overline{OA'_1}}{\overline{F'A'_1}} - \frac{\overline{OA'_2}}{\overline{F'A'_2}}\right]$

IV. La loupe

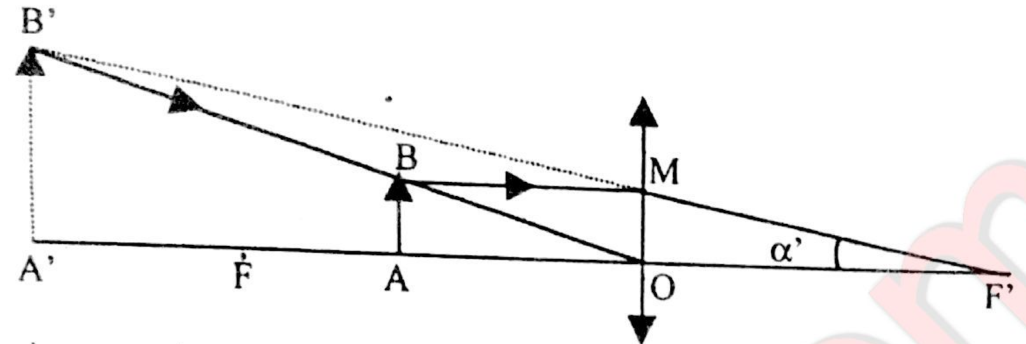
1. Définition

Nous représenterons la loupe par une lentille convergente de petite distance focale et de centre optique O, bien qu'en réalité une bonne loupe soit constituée par un système de lentilles accolées, de façon à corriger les aberrations géométriques et chromatiques.

L'objet est placé entre la loupe et son foyer objet, la loupe en donne une image virtuelle éloignée de diamètre apparent agrandi.

2. Construction des images. Mise au point

Soit un objet AB placé entre la loupe et son foyer objet F. Celle-ci en donne une image virtuelle placée à gauche du foyer objet F. Tout se passe pour l'œil comme si la loupe n'existait pas, et comme si l'objet était remplacé par son image A'B'.



La mise au point s'effectue en amenant l'image virtuelle A'B' dans les limites de vision distincte de l'œil, c'est-à-dire à une distance de celui-ci comprise entre son punctum Remotum et son punctum Proximum.

3. Puissance de la loupe

La puissance de la loupe dépend de la position de l'œil. Si l'œil est au foyer image F', la puissance est égale à la vergence : $P_i = \dfrac{1}{\overline{OF'}} = C$

Elle est appelée, dans ce cas, puissance intrinsèque, elle correspond à l'observation à l'infini. En effet, dans ce cas : $\tan \alpha' = \alpha' = \dfrac{\overline{OM}}{\overline{OF'}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$ et

donc : $P_i = \dfrac{\alpha'}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}\dfrac{1}{\overline{AB}} = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$

Remarque

- Si l'œil n'est pas en F', la puissance n'est pas en général égale à la vergence.

Soit S la position de l'œil, définie par $\overline{F'S}$. On montre que : $P = \dfrac{1}{\overline{OF'}}\left[1 - \dfrac{\overline{F'S}}{\overline{A'S}}\right]$.

- Si l'image est à l'infini, l'objet se trouve dans le plan focal objet. Quelle que soit la position de l'œil, qu'il se trouve au foyer image F', ou derrière celui-ci, l'œil voit l'image sous l'angle $\alpha' = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OF'}}$ et la puissance intrinsèque est encore donnée par : $P_i = \dfrac{1}{\overline{OF'}}$.

4. Grossissement de la loupe

L'œil est toujours supposé être au foyer image F' de la loupe.

Le grossissement s'écrira $G = \dfrac{\alpha'}{\alpha} = \dfrac{\alpha'}{\overline{AB}} \cdot \dfrac{\overline{AB}}{\alpha} = \dfrac{1}{\overline{OF'}} \cdot \dfrac{\overline{AB}}{\alpha} = P_i \dfrac{\overline{AB}}{\alpha}$

Remarque

- Si pour l'œil nu, l'objet est placé au punctum Proximum, c'est-à-dire à la distance minimale de vision distincte d_m, il en résulte que $\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{d_m}$.

Dans ce cas, le grossissement s'écrira : $G = \dfrac{1}{\overline{OF'}}\dfrac{\overline{AB}}{\alpha} = \dfrac{1}{\overline{OF'}} d_m = P_i\ d_m$.

P_i étant exprimée en dioptries et d_m en mètres.

- On définit le grossissement commercial G_c par : $G_c = P_i\ d_m$

avec $d_m = 25\,\text{cm}$

Il vient donc : $G_c = 0{,}25\ P_i = \dfrac{P_i}{4}$

5. Pouvoir séparateur de la loupe

Lorsqu'il est muni d'une loupe de grossissement G, l'œil peut juste séparer deux points A et B si l'écart angulaire de leurs images A' et B' à travers la loupe est égal à l'acuité visuelle soit $\alpha_m = 3.10^{-4}$ radian.

La distance minimale correspondante $\overline{AB}$ est donnée par :

$$\overline{AB} = \frac{\alpha_m}{P_i} = \frac{3.10^{-4}}{P_i}$$

En effet, $\alpha_m = \alpha' = 3.10^{-4}$ et $\alpha' = \dfrac{\overline{AB}}{\overline{OF'}} = \overline{AB}\,P_i$ d'où $\overline{AB} = \dfrac{\alpha_m}{P_i} = \dfrac{3.10^{-4}}{P_i}$

6. Latitude de mise au point

Si on suppose d'une part que l'œil est placé au foyer image F' de la loupe et que d'autre part le point A_1 est placé à l'infini, la latitude de mise au point s'écrit :

$$L = \frac{A}{P_i^2}$$

où A est l'amplitude d'accommodation et P_i la puissance intrinsèque de la loupe.

En effet, dans ce cas :

l'amplitude d'accommodation s'écrit $A = \dfrac{1}{\overline{A'_2F'}} - \dfrac{1}{\overline{A'_1F'}} = \dfrac{1}{\overline{A'_2F'}}$

et la latitude de mise au point :

$$L = \overline{OF'}\left[\frac{\overline{OA'_1}}{\overline{F'A'_1}} - \frac{\overline{OA'_2}}{\overline{F'A'_2}}\right] = \overline{OF'}\left[\frac{\overline{OA'_1}.\overline{F'A'_2}}{\overline{F'A'_1}.\overline{F'A'_2}} - \frac{\overline{OA'_2}.\overline{F'A'_1}}{\overline{F'A'_2}.\overline{F'A'_1}}\right]$$

$$= -\ \overline{OF'}.A\left[\frac{\overline{OA'_1}.\overline{F'A'_2} - \overline{OA'_2}.\overline{F'A'_1}}{\overline{F'A'_1}}\right]$$

$$= -\overline{OF'}.A\left[\frac{\left(\overline{OF'}+\overline{F'A'_1}\right)\overline{F'A'_2}-\overline{OA'_2}.\overline{F'A'_1}}{\overline{F'A'_1}}\right]$$

$$= -\overline{OF'}.A\left[\frac{\overline{F'A'_1}\left(\frac{\overline{OF'}}{\overline{F'A'_1}}+1\right).\overline{F'A'_2}-\overline{OA'_2}.\overline{F'A'_1}}{\overline{F'A'_1}}\right] = -\overline{OF'}.A\left[\frac{\overline{F'A'_2}-\overline{OA'_2}}{1}\right]$$

$$= -\overline{OF'}.A\left[\frac{\overline{F'O}+\overline{OA'_2}-\overline{OA'_2}}{1}\right] = -\overline{OF'}.A.\overline{F'O} = A.\overline{OF'}^2 = \frac{A}{P_i^2}$$

V. Le microscope

1. Définition du microscope réduit

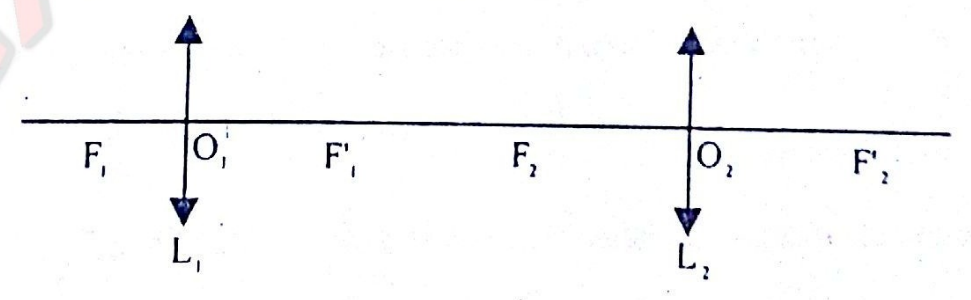
Le microscope se compose de deux systèmes convergents :

- l'objectif, système très convergent dont la distance focale est de l'ordre du mm, constitué par un ensemble de lentilles plus ou moins compliqué,
- un oculaire, formé par une ou plusieurs lentilles de quelques cm de distance focale (1 à 6 cm).

L'objectif et l'oculaire sont centrés sur le même axe et sont solidaires l'un de l'autre grâce au tube du microscope.

Dans le microscope réduit, l'objectif est assimilé à une lentille mince convergente L_1, de distance focale image $\overline{O_1F_1'}$ et de centre optique O_1, et l'oculaire, à une lentille mince convergente L_2, de distance focale objet $\overline{O_2F_2}$ et de centre optique O_2.

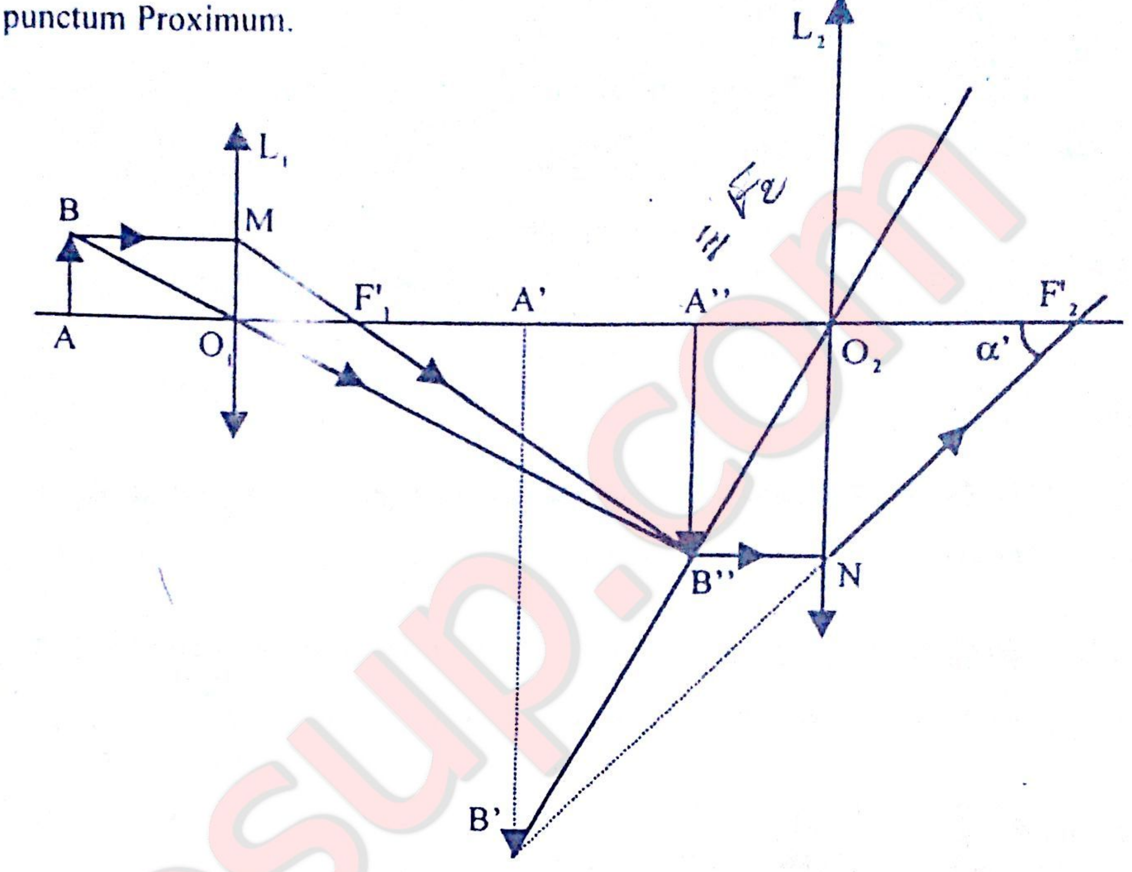
La distance du foyer focal image F_1' de l'objectif au foyer focal objet F_2 de l'oculaire est généralement voisine de 16 mm.



2. Construction des images. Mise au point

Un petit objet AB perpendiculaire à l'axe optique est placé à gauche du foyer objet F_1 de L_1. Il donne une image réelle A''B'' renversée (image objective) placée entre le foyer objet F_2 et le centre optique O_2 de l'oculaire L_2. Celui-ci donne une image droite par rapport à A''B'' donc renversée par rapport à l'objet AB. L'image A'B', placée en avant de la lentille L_2, est image virtuelle fortement agrandie examinée directement par l'œil.

La mise au point se fait en déplaçant l'ensemble par rapport à AB. On appelle profondeur de champ, ou latitude de mise au point, le déplacement de l'objet tel que son image reste dans l'intervalle d'accommodation de l'observateur, c'est-à-dire à une distance de celui-ci comprise entre son punctum Remotum et son punctum Proximum.



Remarque

On voit sur la figure précédente qu'un déplacement très faible de l'objet AB entraîne un déplacement considérable de l'image A'B', de sorte que la profondeur de champ du microscope est très faible.

3. Puissance du microscope

Comme dans le cas de la loupe, la puissance se définit par le rapport $\frac{\alpha'}{\overline{AB}}$ de l'angle α' sous lequel l'objet est vu à travers l'instrument à sa grandeur AB. On écrira donc :

$$P = \frac{\alpha'}{\overline{AB}} = \frac{\alpha'}{\overline{A''B''}}\frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = P_0\,\gamma \quad \text{où} \quad P_0 = \frac{\alpha'}{\overline{A''B''}} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}}$$

sont respectivement la puissance de l'oculaire et le grandissement de l'objectif.

La puissance intrinsèque P_i est celle qui correspond à l'observation à l'infini. Dans ce cas, l'image objective se trouve dans le plan focal objet de l'oculaire ($\overline{O_1A''} = \overline{O_1F_2}$) et la puissance intrinsèque de l'oculaire a pour valeur :

$P_{io} = \frac{1}{\overline{O_2F_2'}}$, $\overline{O_2F_2'}$ désignant sa distance focale image.

D'autre part, tan ($O_1F'_1$ M) = tan (A''F', B'') et donc : $\dfrac{\overline{O_1M}}{\overline{O_1F'_1}} = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{F_2F'_1}}$

d'où : $\dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{O_1M}} = \dfrac{\overline{F_2F'_1}}{\overline{O_1F'_1}}$, comme $\overline{AB} = \overline{O_1M}$, on a : $\dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{F_2F'_1}}{\overline{O_1F'_1}}$

La puissance intrinsèque est $P_i = \dfrac{\alpha'}{\overline{AB}}$ avec $\alpha' = \dfrac{\overline{NO_2}}{\overline{O_2F'_2}} = \dfrac{\overline{B''A''}}{\overline{O_2F'_2}}$

d'où : $P_i = \dfrac{\overline{B''A''}}{\overline{AB}} \dfrac{1}{\overline{O_2F'_2}}$

Comme $P_{i0} = \dfrac{1}{\overline{O_2F_2'}}$ et $\gamma = \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}}$, il vient $P_i = -\gamma P_{i0}$

Comme $\dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = \dfrac{\overline{F_2F'_1}}{\overline{O_1F'_1}}$, il vient $P_i = \dfrac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{O_1F'_1}\,\overline{O_2F'_2}}$

On obtient donc : $P_i = -\gamma P_{i0} = \dfrac{\overline{F'_1F_2}}{\overline{O_1F'_1}\,\overline{O_2F'_2}}$

L'intervalle $\Delta = \overline{F'_1F_2}$, appelé intervalle optique du microscope, ayant sensiblement la même valeur pour tous les microscopes, il en résulte que la puissance est inversement proportionnelle aux distances focales $\overline{O_1F'_1}$ et $\overline{O_2F'_2}$ de l'objectif et de l'oculaire.

4. Grossissement du microscope

Comme dans le cas de la loupe, la puissance P se définit par le rapport $\dfrac{\alpha'}{\overline{AB}}$ de l'angle α' sous lequel on voit l'image définitive A'B', à l'angle α sous lequel on verrait l'objet AB à l'œil nu à la distance minimale de vision distincte d_m.

Il en résulte que $\alpha = \dfrac{\overline{AB}}{d_m}$ et que le grossissement s'écrit :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\alpha'}{\dfrac{\overline{AB}}{d_m}} = \frac{\alpha' d_m}{\overline{AB}} = P\ d_m$$

Remarque

Comme $P = \dfrac{\alpha'}{\overline{AB}} = \dfrac{\alpha'}{\overline{A''B''}} \dfrac{\overline{A''B''}}{\overline{AB}} = P_0\, \gamma$ et que $G = P\ d_m$, il vient :
$G = \gamma P_0\, d_m$

où γ est le grandissement de l'objectif et $P_0\, d_m$ le grossissement de l'oculaire.

5. Pouvoir séparateur et ouverture numérique

On appelle pouvoir séparateur la distance AB = δ des deux points A et B les plus rapprochés que le microscope est capable de séparer.

Si α_m représente la limite de résolution de l'œil ($\alpha_m = 3.10^{-4}$ rad), la distance δ est donnée par : $AB = \delta = \frac{\alpha_m}{P} = \frac{3.10^{-4}}{P} = \frac{3.10^{-4}}{4\,G_c}$ où P et G_c désignent la puissance en dioptries et le grossissement commercial du microscope, et où δ est exprimé en mètres.

Remarque

- Il semble qu'on puisse rendre δ aussi petit que l'on voudra en prenant G de plus en plus grand. Mais par suite de phénomènes de diffraction, les images de A et B ne sont pas ponctuelles et sont deux taches de centres A' et B'.

On admet qu'elles sont distinctes et que A' et B' sont séparés si le bord de l'une passe par le centre de l'autre.

La théorie de la diffraction donne la valeur : $AB = \delta = \frac{1{,}22\,\lambda}{2\,n\sin u}$

où λ est la longueur d'onde dans le vide, elle s'exprime avec la même unité que δ, 2u est l'angle que font entre eux les rayons extrêmes envoyés dans l'objectif par le point A de l'objet situé sur l'axe,

n l'indice du milieu supposé homogène qui sépare l'objet de l'objectif,

n sinu est appelé ouverture numérique de l'objectif.

- On améliore le pouvoir séparateur en introduisant entre l'objectif et la préparation un liquide transparent (on parle alors d'objectif à immersion).

6. Grossissement utile

La relation $\delta = \frac{\alpha_m}{P} = \frac{3.10^{-4}}{P} = \frac{3.10^{-4}}{4\,G_c}$ représente la limite de résolution imposée par l'œil et la relation $\delta = \frac{1{,}22\,\lambda}{2\,n\sin u}$ la limite imposée par le microscope.

C'est naturellement la plus grande des deux limites qu'il faut adopter. Lorsque le grossissement a une valeur telle que ces deux limites soient égales, le grossissement est dit grossissement utile (ou résolvant) G_u.

Sa valeur est donnée par : $\frac{3.10^{-4}}{4\,G_u} = \frac{1{,}22\,\lambda}{2\,n\sin u}$ d'où : $G_u \approx \frac{n\sin u}{8000\,\lambda}$

7. Cercle oculaire et clarté

On appelle cercle oculaire l'image de l'objectif à travers l'oculaire. Par le cercle oculaire, passent tous les rayons lumineux qui sortent du microscope.

Il faut placer la pupille de l'œil au cercle oculaire : de cette façon l'œil recevra toute la lumière qui a traversé le microscope.

Le rayon du cercle oculaire est $r = \frac{n \sin u}{P}$ où P désigne la puissance exprimée en dioptries.

La clarté est par définition le rapport de l'éclairement de la rétine dans l'observation de l'image à travers l'instrument et dans l'observation de l'objet à l'œil nu.

Si T est le coefficient de transmission et p le rayon de la pupille de l'œil, on établit la formule :

$$C = \text{coefficient de transmission} \times \frac{\text{surface éclairée de la pupille}}{\text{surface totale de la pupille de l'oeil}}$$

$$= T\,\frac{\pi r^2}{\pi p^2} = T\,\frac{r^2}{p^2}$$

Remarque

- Comme $r = \frac{n \sin u}{P}$, la clarté s'écrit : $C = T\,\frac{r^2}{p^2} = \frac{T}{p^2}\frac{n^2 \sin^2 u}{P^2}$
- On montre aussi que la clarté est proportionnelle au rapport $\frac{n^2 \sin^2 u}{G^2}$